

Grado en Ingeniería Mecánica  
Curso 2017-2018

*Trabajo Fin de Grado*

# “Cavitación dinámica en metales dúctiles: un análisis numérico”

---

Andrés Calvo Rivera

Tutor

José Antonio Rodríguez Martínez

Leganés - 2018



## **RESUMEN**

El fenómeno de la cavitación dinámica aparece en cavidades internas de sólidos, como los poros. Concretamente, este estudio se centra en el desarrollo del fenómeno en metales dúctiles, teniendo en cuenta su endurecimiento por deformación, y que la geometría del poro es esférica. El fenómeno aparece bajo la acción de una presión superior a la crítica, expandiendo las paredes del poro en el proceso.

El análisis numérico se ha llevado a cabo mediante el método de los elementos finitos, modelando el caso en el programa comercial Abaqus. Las características geométricas del problema permiten aplicar simetría con el objetivo de agilizar los cálculos disminuyendo el coste computacional. Se reduce el número de elementos a la hora de discretizar, pero los resultados obtenidos son representativos de todo el cuerpo en conjunto.

Durante el análisis se recopilan las respuestas de la cavidad bajo diferentes condiciones, y se observará el efecto de cada variable sobre los resultados.

### **Palabras clave**

Cavidad; Poro; Presión crítica; Crecimiento; Fenómeno

## **ABSTRACT**

The dynamic cavitation phenomenon appears in internal cavities of solids, like pores. The study specifically focuses on the development of the phenomenon on ductile metals, considering their hardening effect while deforming, and the fact that the cavity has a spherical shape. The phenomenon appears under the effect of a pressure greater than the critical pressure, expanding the pore walls during the process.

The numerical analysis has been carried out by using the finite elements method, modeling the case in the commercial program Abaqus. Because of the shape characteristics it is possible to apply symmetry conditions in order to speed up the calculations and lower the computational cost. The number of elements is reduced when discretized, but the obtained results are representative of the whole body.

During the analysis answers from the cavity are collected under different conditions, and it will be observed the effect of each variable on the results.

### **Key words**

Cavity; Pore; Critical pressure; Growth; Phenomenon



## **Agradecimientos**

Gracias a mi tutor por su atención y ayuda para sacar el trabajo adelante.

Gracias a todos los compañeros que me han acompañado estos cuatro años.

Y muchas gracias a mi familia por apoyarme todo este tiempo.

# ÍNDICE DE CONTENIDO

RESUMEN .....	III
ABSTRACT .....	IV
ÍNDICE DE CONTENIDO .....	VII
1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Motivación .....	1
1.2 Objetivos y aportación .....	2
2 MÉTODOS.....	4
2.1 Propiedades y características del modelo .....	4
2.2.1 Geometría .....	4
2.2.2 Condiciones de contorno .....	4
2.2.3 Material.....	4
2.2 Aplicación del método de elementos finitos .....	5
2.3 Modelización del ensayo .....	6
2.4 Parámetros de partida y variables a analizar .....	9
3 RESULTADOS .....	10
3.1 Primeros resultados, inferiores a la presión de cavitación.....	10
3.2 Cavitación bajo condiciones de partida .....	15
3.3 Influencia del coeficiente de Poisson en la cavitación dinámica. ....	18
3.4 Influencia del módulo de elasticidad en la cavitación dinámica. ....	24
3.5 Modelo de endurecimiento. ....	30
3.6 Influencia del límite elástico en la cavitación.....	31
3.7 Influencia del coeficiente de endurecimiento en la cavitación. ....	33
3.8 Influencia del exponente n sobre la cavitación. ....	36
3.9 Influencia de la densidad en la cavitación. ....	39
3.10 Identificación de la onda de choque. ....	44
4 CONCLUSIONES.....	47
4.1 Trabajos futuros. ....	48
4.2 Impacto socio-económico. ....	48
4.3 Marco regulador.....	49
Bibliografía.....	51

## ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 2.1: Sección del modelo .....	6
Fig. 2.2: Detalle de la malla.....	8
Fig. 3.1: Evolución de la velocidad bajo presión de 1 GPa. Propiedades del material iniciales.....	11
Fig. 3.2: Evolución de la velocidad bajo presión de 2 GPa. Propiedades del material iniciales.....	11
Fig. 3.3: Distribución de la velocidad en el interior del material. Presión de 1 GPa. Propiedades del material iniciales. ....	12
Fig. 3.4: Evolución de la velocidad bajo presión de 2,5 GPa. Propiedades del material iniciales.....	13
Fig. 3.5: Evolución de la velocidad bajo presión de 3 GPa. Propiedades del material iniciales.....	14
Fig. 3.6: Evolución de la velocidad bajo una presión de 10 GPa. Propiedades del material iniciales.....	15
Fig. 3.7: Velocidades de cavitación según la presión aplicada para las propiedades del material iniciales.....	16
Fig. 3.8: Evolución de la velocidad bajo una presión de 100 GPa. Propiedades del material iniciales.....	17
Fig. 3.9: Velocidades de cavitación según la presión aplicada para diferentes coeficientes de Poisson.....	19
Fig. 3.10: Evolución de la velocidad en el tiempo. Coeficientes de Poisson distintos. Resto de propiedades del material iniciales. Presión de 10 GPa. ....	20
Fig. 3.11: Evolución de la velocidad en el tiempo. Coeficientes de Poisson distintos. Resto de propiedades del material iniciales. Presión de 50 GPa. ....	21
Fig. 3.12: Velocidad adimensional según la presión aplicada, para diferentes valores de coeficiente de Poisson. ....	22
Fig. 3.13: Velocidades de cavitación según la presión, para diferentes módulos de elasticidad. El resto de propiedades son las iniciales. ....	25
Fig. 3.14: Evolución de la velocidad en el tiempo. Módulo de elasticidad de 70 GPa, el resto de propiedades son las de referencia. Presión de 80 GPa. ....	26
Fig. 3.15: Evolución de la velocidad en el tiempo. Módulo de elasticidad de 300 GPa, el resto de propiedades son las de referencia. Presión de 80 GPa. ....	27
Fig. 3.16: Distribución de tensiones. $E=70$ GPa, el resto de propiedades son las de referencia. Presión de 80 GPa.....	28
Fig. 3.17: Distribución de tensiones. $E=300$ GPa, el resto de propiedades son las de referencia. Presión de 80 GPa.....	28
Fig. 3.18: Velocidades de cavitación adimensionales para distintos módulos de elasticidad. El resto de parámetros del material son los iniciales.....	29
Fig. 3.19: Curva tensión-deformación plástica variando el parámetro A. Resto de parámetros de la ley de endurecimiento constantes.....	31
Fig. 3.20: Velocidades de cavitación según la presión, para dos diferentes límites elásticos. El resto de parámetros son los iniciales. ....	32



Fig. 3.21: Curva tensión-deformación plástica variando el parámetro A. Resto de parámetros de la ley de endurecimiento constantes.....	34
Fig. 3.22: Velocidades de cavitación según la presión, para dos diferentes coeficientes de endurecimiento. El resto de parámetros son los iniciales. ....	35
Fig. 3.23: Curva tensión-deformación plástica variando el parámetro n. Resto de parámetros de la ley de endurecimiento constantes.....	37
Fig. 3.24: Velocidades de cavitación según la presión, para dos exponentes n diferentes. El resto de parámetros son los iniciales. ....	38
Fig. 3.25: Velocidades de cavitación según la presión para diferentes densidades. El resto de parámetros son los iniciales. ....	41
Fig. 3.26: Velocidad adimensional de cavitación para diferentes presiones y densidades. El resto de parámetros son los iniciales. ....	42
Fig. 3.27: Densidad a lo largo de la distancia radial al poro bajo carga de 10 GPa. 1 $\mu$ s tras la carga. ....	44
Fig. 3.28: Densidad a lo largo de la distancia radial al poro bajo carga de 100 GPa. 1 $\mu$ s tras la carga. ....	45
Fig. 3.29: Componente radial de la tensión en función de la distancia al poro, bajo 100 GPa. 1 $\mu$ s tras la carga. ....	46

## ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 2.1: PROPIEDADES DE PARTIDA DEL MATERIAL .....	5
TABLA 3.1: VELOCIDADES DE CAVITACIÓN PARA DIFERENTES VALORES DE A. ....	33
TABLA 3.2: VELOCIDADES DE CAVITACIÓN PARA DIFERENTES VALORES DE B. ....	36
TABLA 3.3: VELOCIDADES DE CAVITACIÓN PARA DIFERENTES VALORES DE n. ....	39
TABLA 4.1: PRESUPUESTO .....	49

# 1. INTRODUCCIÓN

El análisis realizado tiene como objeto de estudio el fenómeno de la cavitación dinámica. El fenómeno de la cavitación dinámica se desarrolla por la acción de una presión superior a la crítica. Esa presión ejerce su efecto sobre una cavidad, deformando las paredes que la delimitan. Si la presión no es suficiente, la cavidad se expandirá deformando las proximidades del sólido hasta alcanzar un estado de equilibrio donde su velocidad de expansión se hace nula.

En cambio, si la magnitud de la presión aplicada es suficientemente grande, la cavidad comienza a expandirse, con la diferencia de que esta vez la velocidad se incrementa hasta acabar convergiendo en un valor estable y distinto de cero. Esto significa que el crecimiento resulta ser incontrolado, no alcanza un equilibrio en el que la velocidad sea nula. Una definición más extensa es dada por J.A. Rodríguez-Martínez *et al.* [1].

El estudio tiene unas características que acotan el fenómeno. Se tomará un poro único y concreto, considerando que los demás están suficientemente lejos como para no influir en el ensayo sobre ese poro considerado. La geometría del poro es esférica, consideración que permitirá la aplicación de simetría para realizar los cálculos. El material es un metal dúctil, sobre el que se considerará el efecto de endurecimiento por deformación.

El fenómeno de cavitación dinámica está ya estudiado y considerado para aplicación en diferentes campos, por ello, durante el análisis se tendrán en cuenta resultados ya obtenidos de otras fuentes para realizar una comparación crítica sobre los resultados obtenidos en el desarrollo de este trabajo.

## 1.1 Motivación

El fenómeno de cavitación dinámica en sólidos es, por motivos prácticos, un factor que suele considerarse minoritario para estudios relacionados con la fractura. Por lo menos cuando no se desee profundizar en exceso, puesto que el coste tanto de cálculo computacional como de tiempo es muy elevado en comparación con la inversión que se suele estar dispuesto a asumir.

Sin embargo, a la hora de considerar los posibles agentes que tomen parte en la rotura de una pieza metálica dúctil, los efectos originados por la porosidad, ya bien sea previamente existente debida a imperfecciones en la continuidad del material o bien producida durante el servicio al someterse a cargas que deformen el material, son procesos muy comunes. Un ejemplo claro, y uno de los principales, es la creación y crecimiento de las cavidades con su consecuente posible coalescencia formando el fallo en el material. [2]

La cavitación dinámica se produce a partir de la acción de una presión, ya sea interior, tal y como se va a ensayar, o por el efecto externo de las deformaciones a través de la energía elástica almacenada en las cercanías de la región. T. Cohen y A. Molinari explican [3] que, si se considera una carga interior a la cavidad, pueden aplicarse los resultados observados al estudio de la resistencia a la penetración. Por otro lado, si se considera que

dicha carga está aplicada en las proximidades, pero en exterior del poro, pueden interpretarse los resultados como la capacidad del material de soportar cargas triaxiales.

R. Hill resulta relevante, también, por su aportación en el campo de la balística. Estudia, por ejemplo, la influencia que tiene la cabeza de un proyectil considerado indeformable sobre el fenómeno de la cavitación. Dicho estudio lo realiza en Kent, durante el transcurso de la Segunda Guerra Mundial mientras estaba trabajando en el departamento de investigación armamentística, tal y como relata el propio autor al inicio de este. [4]

El fenómeno de cavitación dinámica, por lo tanto, puede ser un efecto a evitar, o puede ser un efecto que se puede llegar a aprovechar. Si toma parte en el modo de fallo, siendo causa de roturas indeseadas, se deberán considerar las medidas oportunas para eliminar o minimizar las probabilidades de su aparición. Sin embargo, existen campos donde se ha estudiado la posible aplicación de sus efectos para lograr fines concretos. R. Hill, en su estudio acerca del impacto de proyectiles, experimenta su efecto. Observa en él que cuando se produce la cavitación, efecto al que bautiza de ese modo por su semejanza al fenómeno hidrodinámico, el material se expande con el impacto, degradando en el proceso el material de la coraza. Sin embargo, durante esa expansión se produce una absorción de energía cinética que puede resultar de gran relevancia en el momento de evitar la perforación del proyectil en la coraza.

Aunque en este estudio no se vaya a entrar en el tema de sus posibles aplicaciones, resulta interesante tener en cuenta las mismas, y así poder hacer una mejor valoración de los resultados a posteriori en el momento de un análisis crítico.

## **1.2 Objetivos y aportación**

El fenómeno ya ha sido estudiado, y, por lo tanto, la premisa de este trabajo es concluir en resultados coherentes y que se ciñan a los ya existentes. Por ello, en el momento de analizar dichos resultados se tiene muy en cuenta qué se conoce de los estudios realizados por investigadores con anterioridad.

El modelo que es objeto en el análisis numérico tiene unas características genéricas, y por ello, puede afirmarse que aquellos resultados que se obtengan son representativos del fenómeno de cavitación dinámica en un sentido amplio y general (referidos a un metal dúctil, y mismo tipo de porosidad). El objetivo inicial es reproducir el fenómeno con las condiciones adecuadas, y unas características iniciales del material estándares como punto de partida. Posteriormente la meta es focalizarse en parámetros concretos y estudiar el comportamiento bajo el efecto de la variación del parámetro tenido en cuenta en cada caso.

## **1.3 Estructura del trabajo**

En primer lugar, se ha presentado una introducción a las bases del fenómeno de cavitación dinámica. Posteriormente a la introducción de las bases del trabajo, se encuentra el apartado de los métodos. Como métodos se entienden aquellos medios que han posibilitado la realización del trabajo, así como las delimitaciones del problema que se

plantea. Se incluyen aspectos como el material y sus parámetros, los cuales son objeto de estudio en relación con su efecto sobre el fenómeno de cavitación. Tras definir el problema y sus características, se encuentra el apartado de los resultados. Este apartado constituye el cuerpo principal del trabajo, pues se presentan no solo los resultados obtenidos, sino también su relación con las conclusiones obtenidas a posteriori. Tras los resultados, en las conclusiones se presentan de manera concisa los puntos clave del trabajo. También se comentan posibles trabajos futuros derivados de este.

Tras los apartados técnicos, se concluye condensando los puntos más destacables del trabajo. También se presentan los aspectos relacionados con el impacto socio-económico y el marco regulador acerca del trabajo realizado.

## **2 MÉTODOS**

Para poder realizar el análisis numérico del problema se ha recurrido al método de los elementos finitos. Para resolver el problema y poder llevar a cabo el cálculo numérico, se hace uso de un ordenador. El programa utilizado es el código comercial Abaqus, que permitirá modelar la geometría y condiciones del problema, así como propiedades del material.

### **2.1 Propiedades y características del modelo**

#### **2.2.1 Geometría**

El problema se centra en una cavidad de forma esférica. Dicha cavidad representa un poro embebido en el material, y el poro está lo suficientemente lejos de cualquier otro semejante como para poder asumirse que el material circundante es un medio infinito. Por ello la pared perteneciente a la cavidad puede expandirse libremente por los alrededores sin influir en ningún elemento externo, ni que su movimiento se vea afectado por el desarrollo de otros poros que pudieran sufrir el mismo efecto (suponiendo que es un caso real y es el conjunto de la pieza en su totalidad la que está sometida al agente que cause la razón de la aparición de la cavitación).

El hecho de que el medio se considere infinito implica, además, que de aplicarse una carga o acción externa en el elemento al que pertenece la cavidad, la respuesta que alcanza a afectar a la misma es homogénea. Por ello cobra mayor sentido que aplicar una presión constante a lo largo de la pared de la cavidad pueda representar mejor el efecto cuando la acción procede del exterior. El problema planteado resulta similar al propuesto por G. Vadillo en su introducción teórica a los problemas de inestabilidad por cavitación. [5]

#### **2.2.2 Condiciones de contorno**

Debido a la geometría específica del problema, se puede realizar una importante simplificación. El contorno esférico se puede modelar desde la perspectiva de una sección que abarca un ángulo de  $90^\circ$ , y aplicando simetría los resultados obtenidos sobre esa sección son aplicables a todo el conjunto. Es posible aplicarla debido a la simetría existente tanto por la geometría del material como por el estado tensional resultante por la aplicación de una presión uniforme.

Si se escoge un centro de referencia situado en el centro de la cavidad, el único parámetro geométrico determinante es el radio, la distancia al centro de cada punto. Como se comprueba durante los análisis, para un instante determinado, todos los puntos cuya distancia al centro coincide, tienen el mismo estado tensional, velocidad, y propiedades.

Para cumplir durante la definición del problema en el programa Abaqus la condición de simetría, se deberán aplicar una serie de condiciones impuestas, con el objetivo de que los desplazamientos sean compatibles con la simetría aplicada.

#### **2.2.3 Material**

Un papel crítico durante el desarrollo del fenómeno lo tiene el material, cuyas propiedades y comportamiento son cruciales para determinar el resultado. Durante el presente análisis

se considera un material de tipo metálico, dúctil, y se tiene en cuenta que durante la deformación plástica sufre un proceso de endurecimiento por deformación.

Para un comienzo, y como referencia, se toman unos valores iniciales para definir el material. Una vez establecidos, durante los análisis se observa la influencia de cada parámetro con independencia, para posteriormente sacar las conclusiones adecuadas a partir de los resultados.

En la tabla 2.1 se muestran los valores escogidos para definir el material de referencia. Nótese que las propiedades se asemejan a las de un acero promedio, de esta forma los resultados pueden a su vez asemejarse con mayor fidelidad a un caso real.

*TABLA 2.1: PROPIEDADES DE PARTIDA DEL MATERIAL*

Densidad	7.800 kg/m <sup>3</sup>
Módulo de Young (E)	200 GPa
Coeficiente de Poisson	0,33
A	500 GPa
B	500 GPa
n	0,5
m	0
Temperatura de fusión	1.800 K
Temperatura de transición	300 K

El modelo considerado para la ley de endurecimiento es el de Johnson-Cook. Es un modelo que requiere determinar de al menos cinco parámetros para definirse. Los primeros tres parámetros: la tensión de fluencia inicial (A), el módulo de endurecimiento por trabajo (B), y su respectivo exponente de endurecimiento por trabajo (k, en el modelo Johnson-Cook llamado “n”). Los tres parámetros definen una ley de endurecimiento similar a la tipo Ludwik, tal y como se observa en la ecuación 1.

$$\sigma_y = A + B(\bar{\epsilon}^p)^k \quad (1)$$

Definidas las tres primeras variables, quedan dos para definir el modelo constitutivo. Estas son la sensibilidad a la velocidad de deformación y la sensibilidad a la temperatura. Ambas son consideradas nulas.

## 2.2 Aplicación del método de elementos finitos

Dada la naturaleza de las ecuaciones que gobierna el problema, no resulta posible resolver el problema de manera analítica. Por ello, la alternativa es recurrir a algún método numérico. En el caso concreto en el que se sale de la zona elástica para entrar en la elastoplástica, el coste computacional se incrementa drásticamente debido a que el problema pierde la linealidad. Para la aplicación del método el primer paso es discretizar el objeto en elementos. Es posible representar la relación entre elementos de forma

matricial, a través de la matriz de rigidez. La no linealidad del problema lleva a la necesidad de recurrir a métodos iterativos para la resolución de las ecuaciones, como lo es el método de Newton-Raphson [6], que define el algoritmo para llegar a la solución.

### 2.3 Modelización del ensayo

Se procede en este momento a describir la modelización del problema para poder implementarlo posteriormente en el programa comercial Abaqus.

En primer lugar, se definen las características geométricas del poro. Como bien se ha mencionado, con la finalidad de reducir el coste computacional del problema, se aplicarán condiciones de simetría. El resultado es el representado en la figura 2.1.

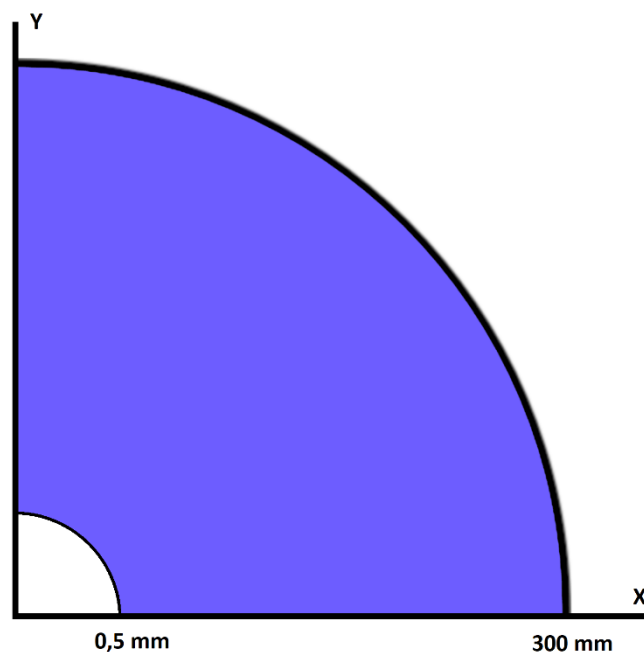


Fig. 2.1: Sección del modelo

El radio mayor es de 300mm y el interior de 0,5mm. Las dimensiones del radio exterior son mucho mayores que las de la cavidad interior, de esta manera se asegura que el borde exterior de la figura no tenga una influencia apreciable en los efectos de la presión que posteriormente se aplicará en el interior.

Después se deben definir las características del material. Las propiedades requeridas para el problema se pueden clasificar en: densidad, elásticas y plásticas.

La densidad se considera uniforme a lo largo del material para el instante inicial. El comportamiento elástico es isótropo, y al igual que anteriormente no se consideran los efectos térmicos sobre estas variables. Los parámetros relacionados son el módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson. Para la plasticidad se aplica el modelo de Johnson-



Cook, cuyos parámetros son  $A$ ,  $B$ ,  $n$ ,  $m$  y las temperaturas de fusión y transición. Sin embargo, el parámetro  $m$  es cero, anulando así el efecto de las temperaturas mencionadas. Los parámetros del apartado plástico son, por lo tanto,  $A$ ,  $B$  y  $n$ .

Los cálculos se realizan sobre un tiempo determinado (llamado *step* durante la modelización). Dicho tiempo debe abarcar todo el desarrollo del fenómeno de cavitación, hasta que el proceso se hace estacionario. Un tiempo mayor del necesario conlleva tiempo de cálculo que no aporta valor a los resultados. El orden de magnitud del tiempo considerado es de un microsegundo, tiempo establecido en la mayoría de los cálculos. En ocasiones se amplía a dos o a cinco microsegundos.

La carga aplicada es una presión uniforme sobre la pared del poro. Esa presión es constante durante todo el periodo de tiempo calculado. También se consideran restricciones por la simetría del modelo, debidas a las condiciones de contorno para la compatibilidad de los desplazamientos.

A continuación, se procede a mallar el modelo con el objetivo de que los cálculos se lleven a cabo satisfactoriamente. Para ello dicha malla deberá tener unas características tales que permitan llevar a cabo el cálculo mediante elementos finitos con una convergencia apropiada y una precisión suficiente donde sea necesario. Por otro lado, donde la precisión no sea prioritaria se puede relajar la concentración de elementos con el objetivo de agilizar los tiempos de cálculo. Las características de la malla son extraídas de las indicadas por J.A. Rodríguez Martínez *et al.* [1].

El elemento que se desea calcular consta de un arco de circunferencia correspondiente al corte del poro, y en las lejanías de este se encuentra otro arco que simplemente delimita el área de cálculo. Entre ambos arcos se construye un cuarto de corona circular, cuyo radio exterior es, tal y como queda expuesto anteriormente, lo suficientemente grande para afectar inapreciablemente a los resultados. Ahora se debe concretar de qué forma se pueden aprovechar las características geométricas para la construcción de la malla. Primero se identifica la región que requiere mayor precisión. Circunferencialmente no debe haber variación en los resultados, debido a las propias características de simetría de una esfera, siendo la carga igualmente independiente de los ángulos hablando en términos de coordenadas esféricas.

La precisión de la malla deberá ser mayor cuanto mayor sea la cercanía al poro, pues es la región en la que se presentan los mayores gradientes. A medida que se incrementa la distancia radial con el poro se puede rebajar el número de elementos. Circunferencialmente, de forma acorde a la hipótesis expuesta basada en la simetría, los elementos son de tamaño constante a lo largo de dicha dirección.

Para crear la malla deseada se debe acceder a los controles del mallado primero (*mesh controls*), y en ellos se fijan parámetros referentes a las propiedades deseadas. La forma que se selecciona es *quad-dominated*, de esta manera los elementos que se generarán estarán comprendidos y delimitados por la unión de cuatro nodos. La técnica concreta que se desea aplicar es de barrido (*sweep*), para lo cual se necesita que se indique que el modo de aplicarlo, que es en dirección circunferencial. Para ello es importante que se

emplee el mismo arco de circunferencia donde se situarán las semillas que generen los nodos.

A continuación, se deben crear las semillas desde las que partirá el posicionamiento de los nodos, siguiendo el criterio establecido previamente en el control del mallado. En este momento se tiene que establecer el número de nodos (tanto en dirección radial como en dirección circunferencial) del que dispondrá la malla que se va a crear. La malla dispone de 240.000 elementos en total, para lo cual se establece que dispone de 200 elementos circunferencialmente, y de 1.200 radialmente. Como se observa, circunferencialmente se dispone de una menor cantidad de elementos, mientras que radialmente se dispone de seis veces más elementos, puesto que el radio es el parámetro que constituye la dirección sobre la cual las demás variables se desarrollarán en el tiempo.

Un factor decisivo para que la malla creada sea efectiva en la práctica es establecer la concentración de elementos cuanto menor sea el radio. De esta forma los resultados serán más precisos donde los gradientes son mayores, la zona crítica en los cálculos. Para ello se establece una tendencia para agrupar los elementos tal y como se desea hacer. Se impone un *bias ratio* de valor 100. Significa que la relación entre el elemento de mayor extensión con respecto al de menor extensión, en este caso teniendo en cuenta el radio, es de 100, estando el menor de ellos en la superficie del poro. Entre ambos elementos de los extremos, los elementos situados a lo largo de la dirección deseada se escalan progresivamente entre los tamaños máximo y mínimo. En este caso la progresividad que se sigue es de tipo lineal.

Una vez se han realizado todas las especificaciones, se puede proceder a mallar. En la figura 2.2 se muestra el aspecto de una sección extraída de la malla. Se comprueba que, para un menor radio, el tamaño de los elementos es menor.

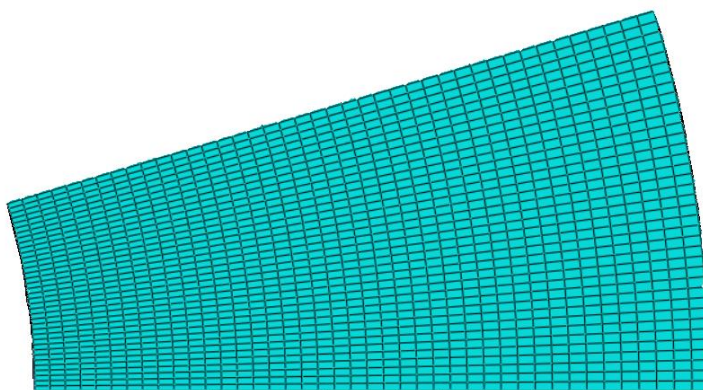


Fig. 2.2: Detalle de la malla

## **2.4 Parámetros de partida y variables a analizar**

Se ha creado el modelo que servirá para realizar la simulación adecuada para recrear el fenómeno de cavitación dinámica bajo las condiciones establecidas. Sin embargo, se requieren valores específicos de los parámetros utilizados para crear dicho modelo. Algunos de ellos se pueden apreciar durante la explicación de la creación del modelo, o bien en la propia explicación, o bien sobre las figuras mostradas durante la misma. En un principio se parte con los valores determinados durante la creación del modelo de referencia (tabla 2.1), para posteriormente modificar los parámetros. Cuando se hagan modificaciones en los mismos se indicará clara y explícitamente.

Durante los resultados se realizan interpretaciones de las implicaciones de estos. El objetivo es establecer la influencia de cada parámetro sobre el fenómeno de cavitación dinámica.

### 3 RESULTADOS

El problema ha quedado definido, y todas sus condiciones modeladas adecuadamente en el programa de cálculo numérico Abaqus. Ahora se procede a la obtención de resultados. Con dicho objetivo se ha definido una carga, la cual se aplica repentinamente en el instante inicial. La presión interna del poro, que representa la carga aplicada, deformará la pared de este, expandiendo la región que ocupa la cavidad. Para una presión moderada se observará que se produce una deformación que alcanza un punto de equilibrio, y el sistema deja de evolucionar en el tiempo. Una forma de observar que esto ocurre es analizar si la velocidad de un punto del material situado en la frontera, entre el propio material y el espacio interior del poro, se hace cero. Al inicio, durante la deformación, se observaría una velocidad determinada, posteriormente la misma debería decrecer hasta hacerse cero. La forma de la evolución de la velocidad es algo que se obtendrá a través de la simulación de cálculo numérico.

Sin embargo, el objetivo en el inicio de la adquisición de resultados es conocer una presión con la que se pueda observar el desarrollo de la cavitación, y a partir de la cual se puedan empezar a analizar las distintas características del fenómeno. La presión buscada debe poseer una magnitud superior a un valor concreto, a una presión crítica. Por encima de la presión crítica la velocidad ya no se hará cero, sino que alcanzará un valor estable distinto de cero. Interpretándolo, significa que la pared de la cavidad se expande a dicha velocidad, siendo el proceso estacionario. Cuando se halle este proceso, se podrá dar el siguiente paso, en el cual se procederá a tratar de analizar la dependencia de la velocidad de expansión con los parámetros del material. Para hallar las dependencias, se modificarán las condiciones dadas al inicio, alterando las propiedades del material, al igual que la presión aplicada.

#### 3.1 Primeros resultados, inferiores a la presión de cavitación

Como punto de inicio para el análisis se obtienen los resultados sin aparición de la cavitación. Esto ocurre como consecuencia de encontrarse la magnitud de la presión aplicada por debajo del punto crítico que supone la transición a la cavitación.

La primera presión que se introduce para el primer cálculo es de 1 GPa. Tras examinar los resultados, se observa la velocidad en un nodo adyacente a la cavidad. La evolución de dicha velocidad muestra cómo, para la presión aplicada, no se produce el fenómeno de cavitación.

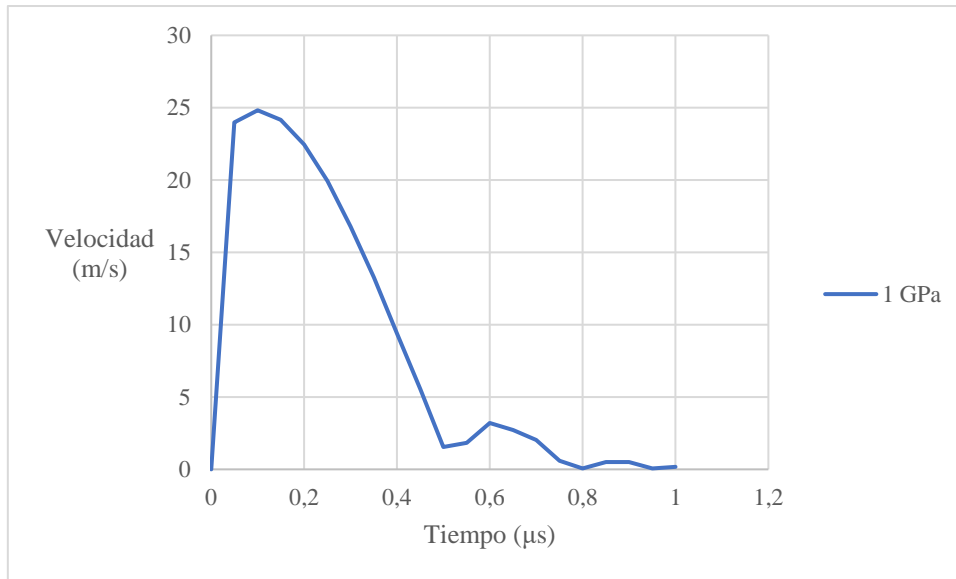


Fig. 3.1: Evolución de la velocidad bajo presión de 1 GPa. Propiedades del material iniciales.

Como se observa, en el instante inicial, en el cual se produce la repentina aplicación de la presión, la velocidad en el punto material considerado se incrementa con una gran pendiente hasta un máximo. Tras alcanzar ese máximo la magnitud de la velocidad disminuye hacia el cero, observándose antes unas ligeras oscilaciones. El material finalmente alcanza el equilibrio.

Incrementando el valor de la presión a 2 GPa se repite el proceso. Obsérvese que en este caso se ha empleado un step más largo, abarcando un periodo de tiempo mayor, con el objetivo de observar mejor posibles variaciones en la etapa en la cual se tiende al equilibrio. Esta vez la velocidad, considerada en el mismo nodo que antes, se comporta de manera similar al caso previo. Sin embargo, esta vez el equilibrio se alcanza más tarde en el tiempo, y de manera estable y sin oscilaciones en la curva.

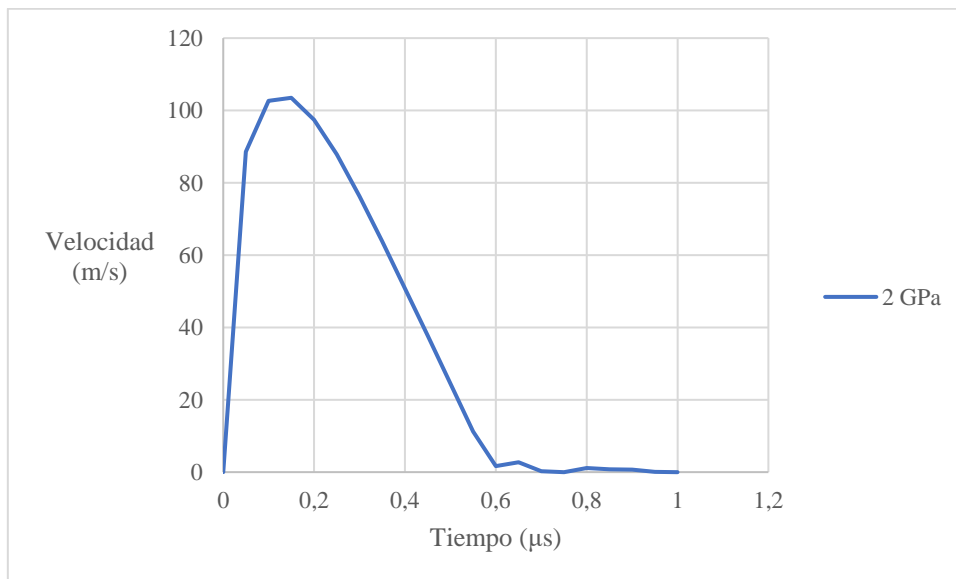


Fig. 3.2: Evolución de la velocidad bajo presión de 2 GPa. Propiedades del material iniciales.

En ambos casos las curvas proporcionadas se corresponden a la evolución en un nodo a lo largo del tiempo. Sin embargo, resulta interesante incluir una representación de la misma variable, en un instante determinado, sobre la sección del material. Como se puede observar, el pico de velocidad obtenido para el punto en el borde del poro supone un frente que avanza en dirección radial dejando tras de sí de nuevo un estado de equilibrio, de la misma manera que ocurre con el primer nodo. De esta manera es en la que afecta la aplicación de una presión por debajo del valor crítico de cavitación sobre el interior del material, incluso cuando la pared ha detenido su deformación.

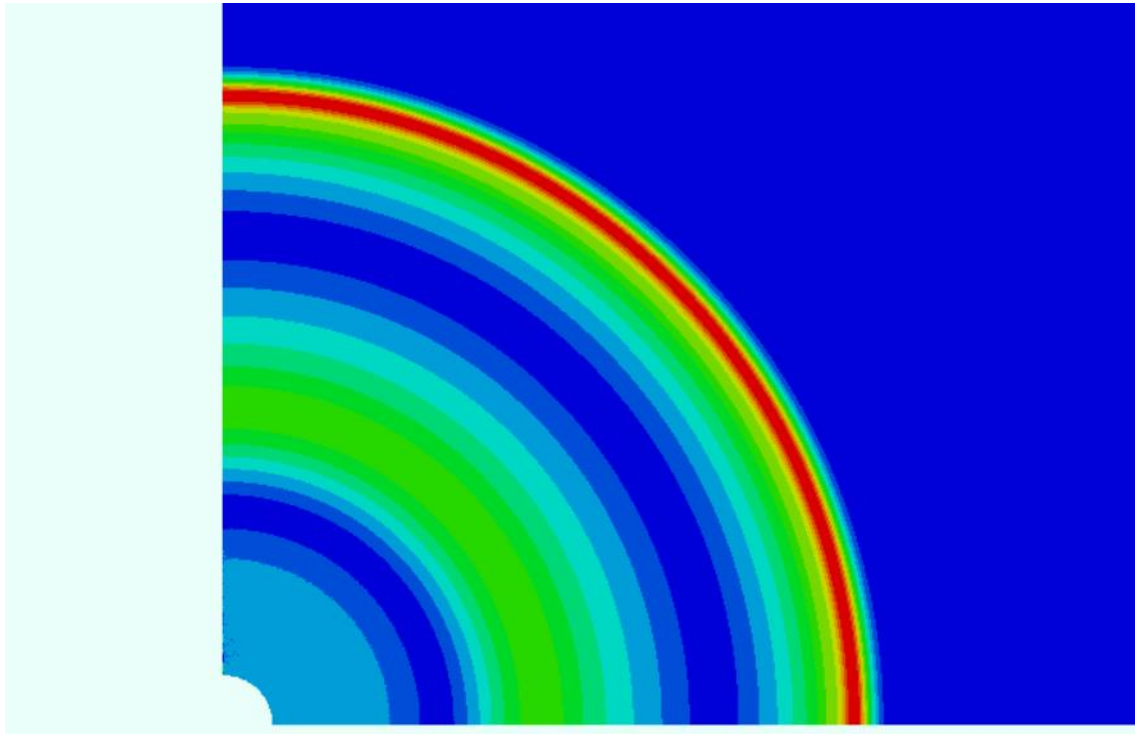


Fig. 3.3: Distribución de la velocidad en el interior del material. Presión de 1 GPa. Propiedades del material iniciales.

En la figura 3.3 se muestra el perfil de velocidades representado sobre la superficie del corte habiéndose aplicado una presión de 1 GPa. Se puede apreciar la distribución de la velocidad a lo largo de la dirección radial para un instante determinado. En la misma se aprecia una zona de máxima velocidad alejada de la cavidad. Tras esta zona hay otra entre esta y la cavidad, de menor magnitud. La región de mayor velocidad, representada de color rojo muestra que incluso habiendo alcanzado el equilibrio la pared, el interior continúa viéndose afectado por el efecto de la repentina aplicación de la presión.

La interpretación consiste en la aparición de un frente de onda que se propaga hacia el interior del material, seguido de perturbaciones de menor escala. Las perturbaciones menores que siguen al frente principal se observan en la figura 3.1, siendo estas las fluctuaciones que sufre la velocidad cuando busca alcanzar el equilibrio en el cero. El frente de la onda principal se corresponde al máximo observado en esa misma gráfica.

Hasta este momento se ha analizado el efecto de la presión sin alcanzar la cavitación. Ahora se desea hallar una presión a partir de la cual el comportamiento de la velocidad difiera de los casos anteriores. De nuevo, se muestra la evolución a lo largo de un periodo de tiempo mayor, con el objetivo de proporcionar una mejor observación del proceso. Se adelanta que, a lo largo de la obtención de los resultados, la velocidad se estabiliza antes con mayores presiones (una vez aparece la cavitación), por lo cual la ampliación del periodo de tiempo de observación de la evolución del proceso no será necesaria una vez se aumente la escala de la magnitud de la presión aplicada.

Antes de que se produzca la cavitación, la velocidad deja de estabilizarse con la misma rapidez. Como se puede apreciar, pasa a alcanzar el equilibrio más lejos en el tiempo. Aumentando un poco más la presión, la velocidad deja de estabilizarse hacia el cero, y lo hace en un valor determinado distinto de cero. Se analizará la dependencia de la velocidad con los factores oportunos, por el momento se presenta el hecho de que la estabilización de la velocidad se produce para un valor específico. Las velocidades observadas en las figuras 3.4 y 3.5 se corresponden a las presiones de 2,5 y 3 GPa. Entre dichos valores hay un punto de inflexión en los resultados, por ello son de notable importancia.

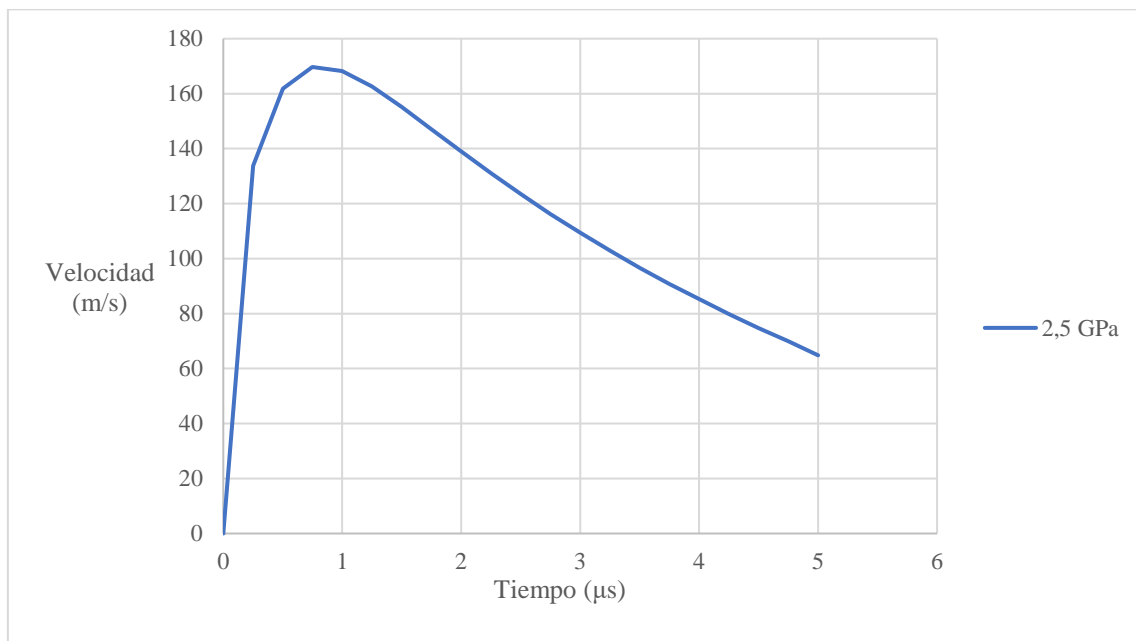


Fig. 3.4: Evolución de la velocidad bajo presión de 2,5 GPa. Propiedades del material iniciales.

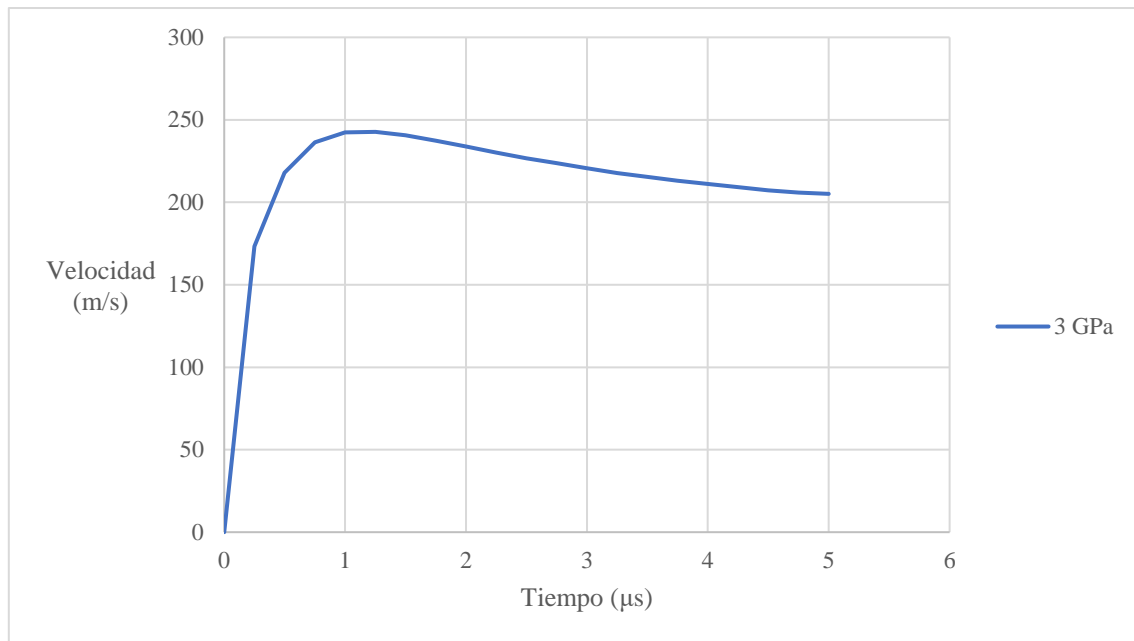


Fig. 3.5: Evolución de la velocidad bajo presión de 3 GPa. Propiedades del material iniciales.

Los cálculos presentados se corresponden a la aplicación de diferentes presiones para el mismo material, siendo todas las características del material las definidas inicialmente (tabla 2.1). Las presiones comentadas son de 1, 2, 2,5, y 3 GPa. En este rango se ha observado que se produce la transición entre la expansión que alcanza un equilibrio con velocidad cero y aquella que muestra el comienzo de la cavitación, aunque una menos definida que la que se estudia posteriormente. El objetivo era mostrar esa transición, para después pasar a trabajar con presiones con las cuales la cavitación se presente de forma claramente desarrollada.

En las figuras 3.1 y 3.2 se observa la diferencia en el modo en el que la velocidad alcanza su máximo para posteriormente hacerse cero. La diferencia más notoria es la magnitud de la velocidad máxima alcanzada. Para 1 GPa de presión se alcanza una velocidad del orden de  $25 \frac{m}{s}$ , y duplicando la presión, para 2 GPa se alcanza una velocidad superior a los  $100 \frac{m}{s}$ . Esto supone que para una presión dos veces mayor se alcanza una velocidad más de cuatro veces mayor.

Para 1 GPa se aprecian mayores fluctuaciones de la velocidad antes de estabilizarse que para 2 GPa. Existe, además, gran diferencia entre el tiempo que tarda cada caso en alcanzar su equilibrio. Para 1 GPa el inicio del alcance del equilibrio (aunque se observen oscilaciones posteriormente antes de hacerse cero la velocidad) tiene lugar transcurridos 0,5 microsegundos. Para la presión de 2 GPa se comienza a equilibrar el sistema transcurridos unos 2,25 microsegundos. De esta manera se afirma que para una mayor presión el equilibrio es alcanzado más tardíamente tras alcanzar un valor pico de velocidad de mayor magnitud.

Las figuras 3.4 y 3.5 son aquellas últimas presiones que quedan por debajo de la presión crítica de cavitación antes de dar el siguiente paso. La razón por la que se muestran,



aquello que se desea hacer ver es que en el intervalo comprendido entre dichas presiones se encuentra la presión crítica. La presión crítica de cavitación es aquella a partir de la cual, a mayores presiones se desarrolla la cavitación. Entre las dos presiones representadas por las curvas se encuentra el punto de inflexión que se estaba buscando.

Comparando ambas curvas, es posible discernir que existe entre ambas una diferencia fundamental. La curva correspondiente a los 2,5 GPa alcanza un pico de unos  $200 \frac{m}{s}$ , y la correspondiente a los 3 GPa alcanza unos  $240 \frac{m}{s}$ . Ambas alcanzan una velocidad máxima similar, pero después la evolución es completamente diferente. Con la presión de 2,5 GPa, por debajo de la presión crítica, la velocidad decrece buscando hacerse cero. Lo hace tomándole un intervalo de tiempo mayor que el que se requería para presiones menores. Con la presión de 3 GPa, sin embargo, la curva no decrece tendiendo al cero. Ambas se estabilizan con un perfil convexo, pero aquella por debajo de la presión de cavitación lo hace tendiendo a cero, y aquella por encima, tiende a estabilizarse en una velocidad determinada, distinta de cero.

### 3.2 Cavitación bajo condiciones de partida

Para comenzar con el cálculo dentro del dominio de valores que producen cavitación se comienza tomando la magnitud inicial de 10 GPa, y a partir de esta se procede a incrementar, cuando se requiera así, la presión por encima de dicho valor. En la figura 3.6 la curva se corresponde con la velocidad en el nodo del borde del poro para la presión considerada como inicial, de 10 GPa. En este valor de presión, suficientemente alejado de la transición a la cavitación, se observa un fenómeno de cavitación más desarrollado y definido, y donde ya se observa el mismo con una claridad mayor.

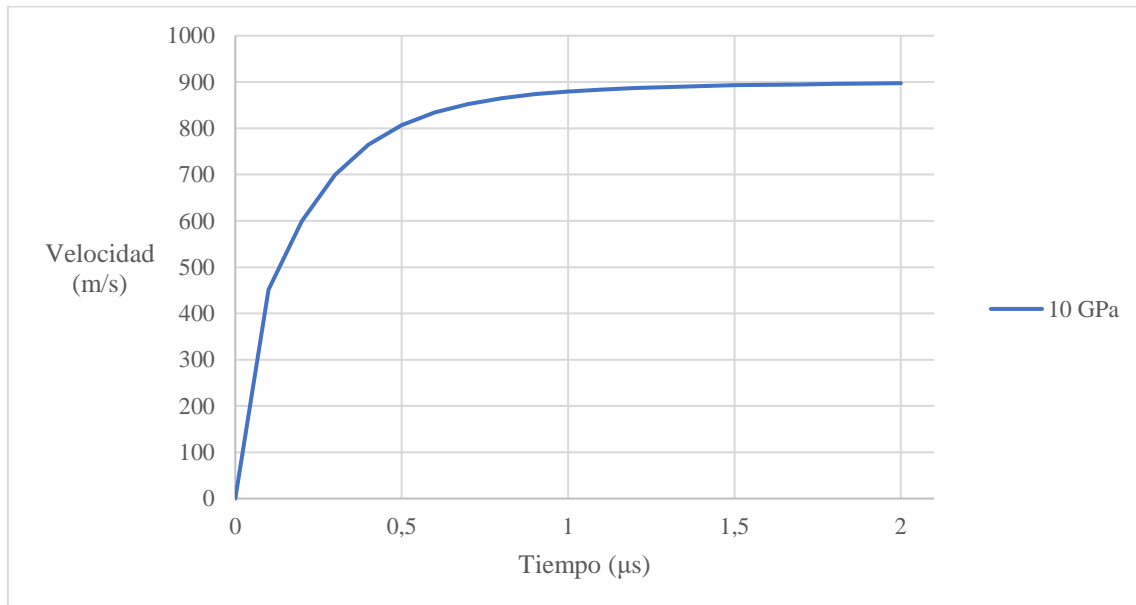


Fig. 3.6: Evolución de la velocidad bajo una presión de 10 GPa. Propiedades del material iniciales.

Una vez encontrado el rango dentro del cual se produce el fenómeno que se desea estudiar, primero se procede a evaluar la velocidad de cavitación para múltiples valores

de presión. Se entiende como velocidad de cavitación a aquella velocidad concreta en la cual se estabiliza la velocidad de avance del nodo considerado. De nuevo, tal y como se ha procedido en los resultados previos, el nodo donde se realiza la medición se corresponde con la pared del poro. Para obtener valores con una mayor fidelidad siempre se toma el mismo nodo, en el eje, debido a la condición de simetría del modelo. El rango de presiones considerado para crear la curva es de 10 a 100 GPa, tomando de cada cálculo la velocidad ya alcanzada la estabilidad.

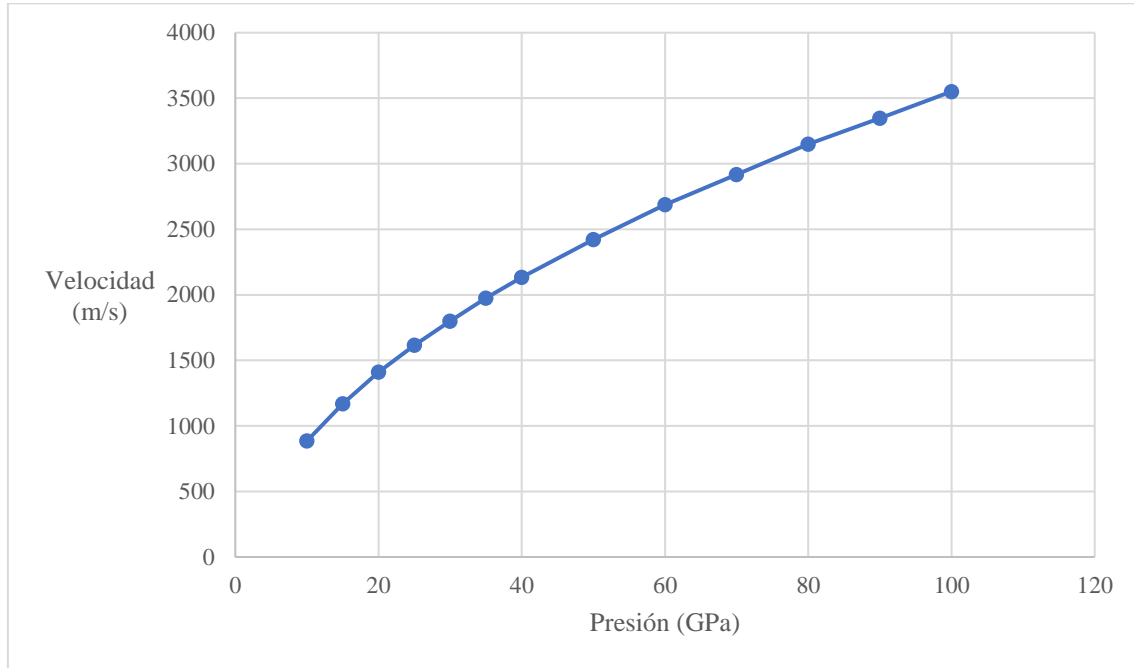


Fig. 3.7: Velocidades de cavitación según la presión aplicada para las propiedades del material iniciales.

En la curva se observa que los valores de la velocidad de cavitación aumentan en una proporción de  $4,01$  veces la inicial, para un aumento de presión de 10 veces la inicial. Sin embargo, no se considera que exista una regresión de tipo lineal fiel a la realidad, pues, sobre todo en valores menores de presión, la curva de velocidad adopta una mayor pendiente que para mayores valores.

Para poder mostrar de un modo similar a los primeros resultados el comportamiento de la velocidad, se proporciona la evolución de esta en el punto de referencia, con una presión aplicada de 100 GPa.

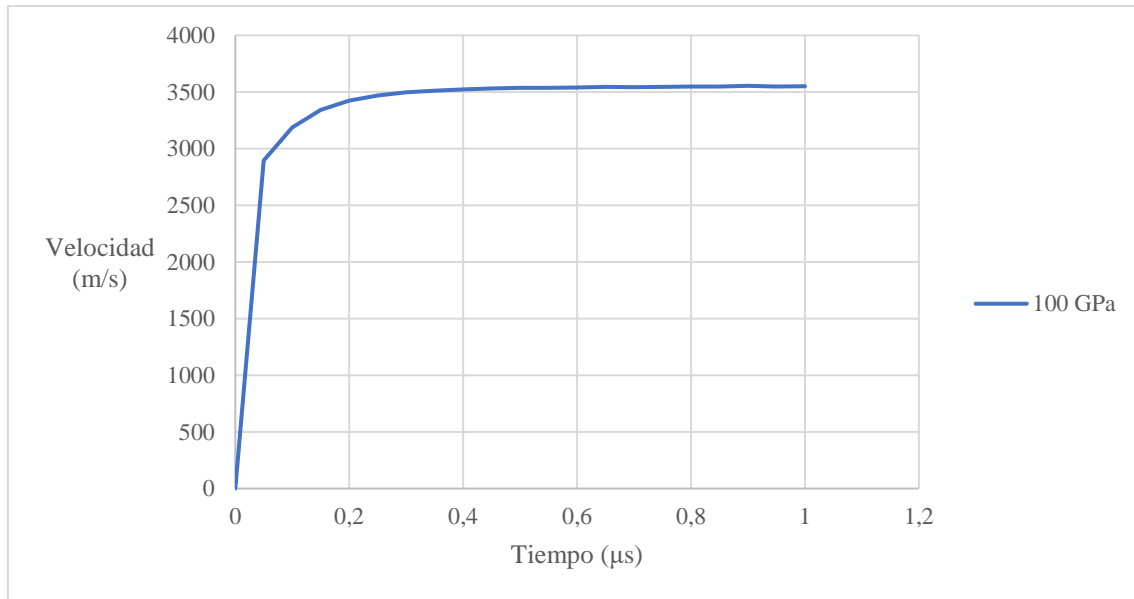


Fig. 3.8: Evolución de la velocidad bajo una presión de 100 GPa. Propiedades del material iniciales.

En la figura 3.6 se presenta la curva representante de la velocidad a lo largo del tiempo para una presión de 10 GPa. Se ha tomado como menor presión los 10 GPa para estar prudentemente por encima de la presión crítica de cavitación. Como se observa, ya no se produce un máximo previamente a estabilizarse a una velocidad menor a dicho máximo. Existe el mismo crecimiento acentuado al inicio de la velocidad, que comienza a estabilizarse cuando se acerca a su máximo. En este caso, la función de la velocidad de un punto del material a lo largo del tiempo ha pasado a ser monótona creciente.

Las curvas de las figuras 3.6 y 3.8 presentan similitudes, pero con presiones y velocidades diferentes. Las curvas guardan una gran semejanza, teniendo como referencia la evolución que ha seguido la función de la velocidad conforme se incrementaba la presión. El fenómeno de cavitación se reproduce de manera visible para este rango de presiones, razón por la cual la menor de ellas se tomó prudencialmente mayor a la crítica. La diferencia entre las dos curvas, una representante de la menor presión calculada y otra de la mayor, está en la velocidad que alcanzan al establecer su estabilidad y la brusquedad con la que la alcanzan.

Con 10 GPa se alcanza la estabilidad a  $885 \frac{m}{s}$ , mientras que con 100 GPa se alcanza con  $3.551 \frac{m}{s}$ . De hecho, para mayores presiones, como se comprueba en los sucesivos cálculos, cuyos resultados quedan plasmados en la figura 3.7, la velocidad siempre es mayor cuanto mayor es la presión aplicada. La otra diferencia era la forma en que alcanzaban la estabilidad. A mayores presiones la estabilidad se alcanza antes, desde la aplicación de la presión y siendo la derivada menor mientras se alcanza el estado estacionario. Para la presión de 10 GPa pasan unos 1,5 microsegundos, mientras que con una presión de 100 GPa se alcanza en tan solo 0,5 microsegundos.

El menor tiempo transcurrido para alcanzar la estabilidad se traduce en un menor tiempo requerido en el *step* para el cálculo de los casos. Para las mayores presiones se puede

reducir el salto de tiempo del *step* que calcula el programa. Durante la ejecución de los cálculos por parte del programa, el tiempo real de cálculo invertido para cada subdivisión de tiempo del problema se ve incrementado conforme se aleja del instante inicial en el que se aplica la presión. Por ello resulta práctico reducir el tiempo asociado al *step*, con una menor carga computacional se necesita invertir menos tiempo de cálculo. Los datos no calculados al acortar el *step* no resultan de importancia para el análisis, pues una vez alcanzada la estabilidad la velocidad se mantiene constante en adelante, sin producirse perturbaciones por no aplicarse más fuerzas externas ni dejar de aplicar la presión. Ninguna condición considerada altera los resultados desde el alcance de la estabilidad en adelante.

Las condiciones aplicadas son las descritas en la modelización del problema. El material tiene las propiedades indicadas inicialmente en la tabla 2.1 en todo momento. Tan solo se ha modificado la presión interna como una actuación externa para un mismo material. Teniendo los resultados deseados para dicho material se desea analizar ahora el efecto de cada parámetro sobre el fenómeno de cavitación dinámica en el material de tipo metálico dúctil. Para que esto sea posible, durante la obtención de resultados se tomará la dinámica de focalizarse en un parámetro concreto del material, y obtener las consecuencias del mismo ante presiones que produzcan la cavitación.

### **3.3 Influencia del coeficiente de Poisson en la cavitación dinámica.**

El coeficiente de Poisson puede adoptar valores de entre 0 y 0,5. Para valores cercanos a 0,5, es decir, para materiales que presentan un comportamiento muy cercano a la incompresibilidad, el tiempo de cálculo crece exponencialmente. El programa no permite que el material sea perfectamente incompresible, por lo que los mayores valores tomados son cercanos a 0,5, pero no dicho valor.

Para comenzar, se efectuará el mismo método de trabajo que hasta ahora. Para unas determinadas características del material se calculará la velocidad de cavitación para esas condiciones bajo el efecto de una serie de presiones, comprendidas entre los 10 y los 100 GPa. De esta manera se logrará generar una curva que relacione la velocidad de cavitación con la presión aplicada, al igual que ya se ha hecho para las condiciones de partida. La curva generada estará asociada a un valor específico del coeficiente de Poisson. Haciendo la recogida de datos de este modo se hará posible algo más que comparar el efecto de diferentes valores del coeficiente de Poisson bajo una sola presión. Será posible observar si cambia la evolución de la velocidad de cavitación a medida que se aumenta la presión. En el caso inicial se observaba un perfil determinado en la curva; a continuación, se podrá determinar si el coeficiente de Poisson afecta también a dicho perfil.

El valor de partida para el coeficiente de Poisson es de 0,33. Se tomarán además otros dos valores que servirán para la comparación en el posterior análisis. Los valores escogidos son 0,15 y 0,499. La razón de que sean tan dispares es la de tener la posibilidad de realizar una comparativa más clara. El caso con Poisson de 0,15 trata de tomar un valor relativamente bajo con respecto al original. En el de 0,499 se busca tomar un valor cercano a la incompresibilidad.

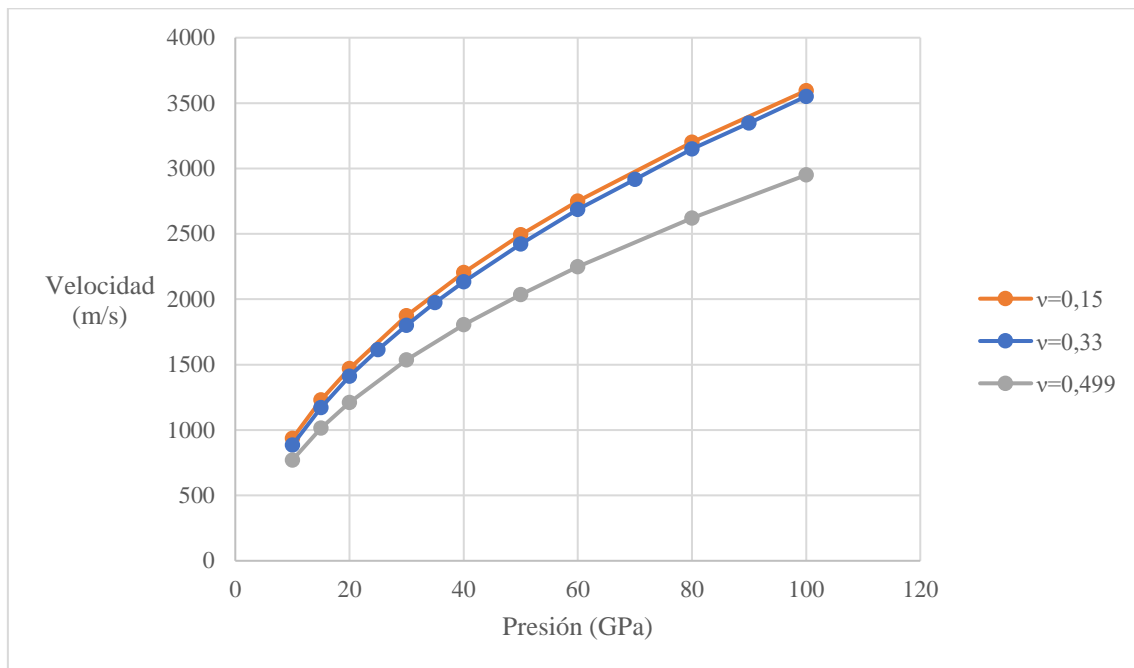


Fig. 3.9: Velocidades de cavitación según la presión aplicada para diferentes coeficientes de Poisson.

En la gráfica mostrada en la figura 3.9 se puede apreciar cómo resultan ser dichas curvas. En el eje de abscisas se interpretan las presiones sobre las que se han hecho los cálculos, mientras que en el eje de ordenadas se interpreta la velocidad de cavitación. La tendencia de las tres curvas es similar, pero con diferencias suficientemente apreciables: para coeficientes de Poisson de 0,15 y 0,33 se obtienen valores muy próximos, mientras que si se tiende a la incompresibilidad la desviación de la curva con respecto a las anteriores es mayor. Durante el análisis se procede a realizar las conclusiones oportunas, algunas de las cuales no son observables de manera directa en lo mostrado aquí.

Existe otro aspecto que puede representarse a la espera de encontrar aspectos interesantes en este apartado, la evolución de la velocidad en el tiempo para un punto y un material determinado. Se conoce por los resultados previos cuál es la velocidad de cavitación. Por ello se desea realizar una comprobación para asegurar que el comportamiento de la velocidad en el tiempo es similar en los tres casos (se muestra una curva más para una mejor comprensión).

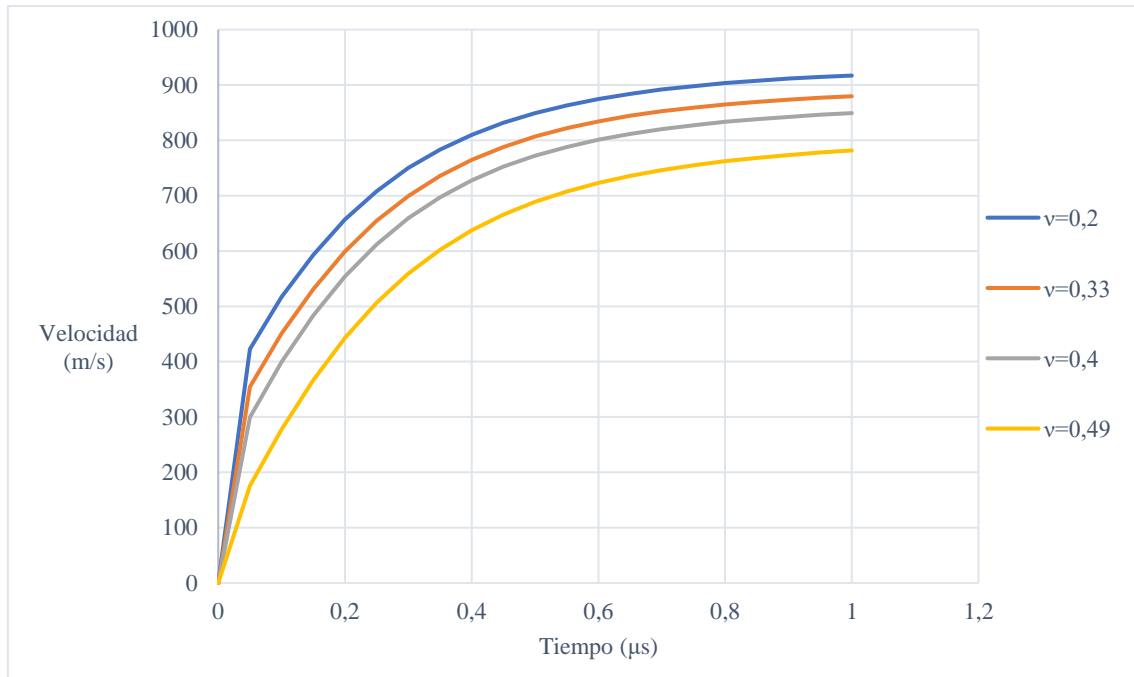


Fig. 3.10: Evolución de la velocidad en el tiempo. Coeficientes de Poisson distintos. Resto de propiedades del material iniciales. Presión de 10 GPa.

En la figura 3.10 se interpreta la evolución de la velocidad de un punto específico en el tiempo, siendo cada curva la correspondiente a un coeficiente de Poisson diferente, cuyo valor viene indicado en la leyenda. El eje de abscisas representa el tiempo, y el de ordenadas la velocidad. Como observación a priori se puede afirmar que el comportamiento entre las diferentes curvas es muy similar, con la única diferencia de que cada una se estabiliza en una velocidad diferente, siendo estas sus respectivas velocidades de cavitación.

La anterior figura se corresponde a la evolución de la velocidad producida por la aplicación de una presión de 10 GPa. Para realizar la misma observación bajo condiciones diferentes, y comprobar si el comportamiento difiere para una presión diferente, o incluso si se aprecia una mayor diferencia entre casos con diferente coeficiente de Poisson, se repite el mismo procedimiento para una presión de 50 GPa.

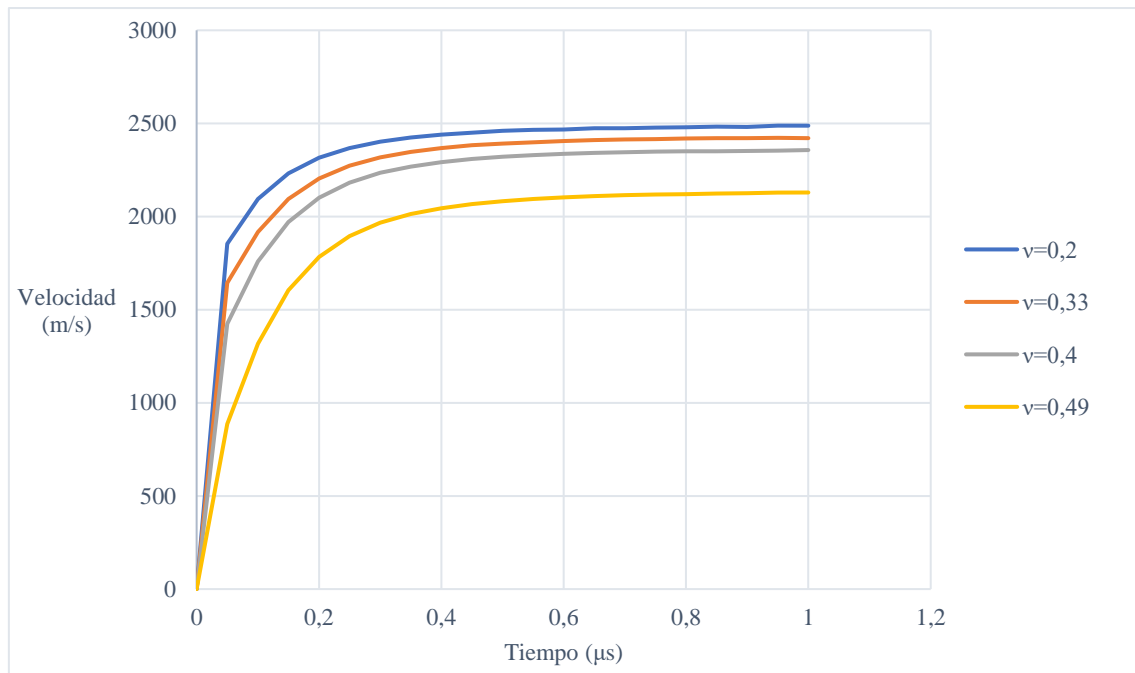


Fig. 3.11: Evolución de la velocidad en el tiempo. Coeficientes de Poisson distintos. Resto de propiedades del material iniciales. Presión de 50 GPa.

No se observa diferencia de comportamiento entre curvas asociadas a distintos coeficientes de Poisson, a excepción de la velocidad de cavitación en la que se estabilizan, de manera análoga al caso con menor presión. Las velocidades de cavitación son mayores, como se esperaba por ser la presión aplicada mayor.

Comenzando a observar los resultados, se tiene que el comportamiento hallado es diferente en cada material. En la figura 3.9, se tiene que la velocidad de cavitación difiere para cada uno de los módulos de Poisson. Si bien la diferencia es más ajustada para las curvas de coeficientes de Poisson 0,15 y 0,33, la curva obtenida para el caso cuasi incompresible difiere de las otras dos en una magnitud relativamente mucho mayor que las otras. Las velocidades de cavitación para materiales de menor compresibilidad son, a su vez, menores.

Se concluye por tanto en que el módulo de Poisson afecta a la velocidad de cavitación, pero que, sin embargo, no lo hace en la forma en que evoluciona la velocidad hasta encontrar su estabilidad. Para corroborar esta última afirmación se tiene como nueva referencia a la figura 3.11, en la cual se representa el mismo concepto que en la 3.10, pero en lugar de estar el poro sometido a una presión de 10 GPa, se hace a una presión de 50 GPa. Efectivamente, se reproduce el mismo comportamiento.

Existe otro modo de interpretar los resultados al cual se procede a introducir ahora. Para poder observar mejor los detalles que pudieran pasar desapercibidos con los resultados interpretados tal y como están, se ha optado por recurrir a adimensionalizar el término de la velocidad. Efectivamente, se observará como la perspectiva cambia en algunos momentos y puede, así, darse explicación a sucesos que antes no la tenían.

La adimensionalización que se realiza se fundamenta en relacionar la velocidad del punto del material considerado con la velocidad de propagación de una onda sónica en ese mismo material. Tal y como muestra la teoría acerca de la propagación de ondas sónicas en un medio sólido, el mismo depende de tres parámetros: el módulo de elasticidad, la densidad, y el coeficiente de Poisson. La expresión a la cual se hace referencia se muestra en la ecuación 2. [7]

$$V_c = \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot \frac{1 - \nu}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)}} \quad (2)$$

Donde:

- $V_c$  es la velocidad de propagación de la onda de compresión.
- $E$  es el módulo de elasticidad del medio sólido.
- $\rho$  es la densidad del medio sólido.
- $\nu$  es el módulo de Poisson.

Un aspecto de gran interés que ahora es posible observar en la expresión de la velocidad de propagación de la onda puede estar relacionado con la imposibilidad por parte del programa de ejecutar un caso bajo la consideración de perfecta incompresibilidad. Para que un material sea perfectamente incompresible, el módulo de Poisson debe ser igual a 0,5. Para la expresión presentada, cuando el módulo de Poisson toma el valor de 0,5, el denominador, a causa de los términos que involucran a dicho coeficiente de Poisson, es igual a cero. Este hecho resulta en que se da lugar a una indeterminación causa de un cero en el denominador. Probablemente sea la causa de la limitación encontrada, el programa no permite introducir un material perfectamente incompresible.

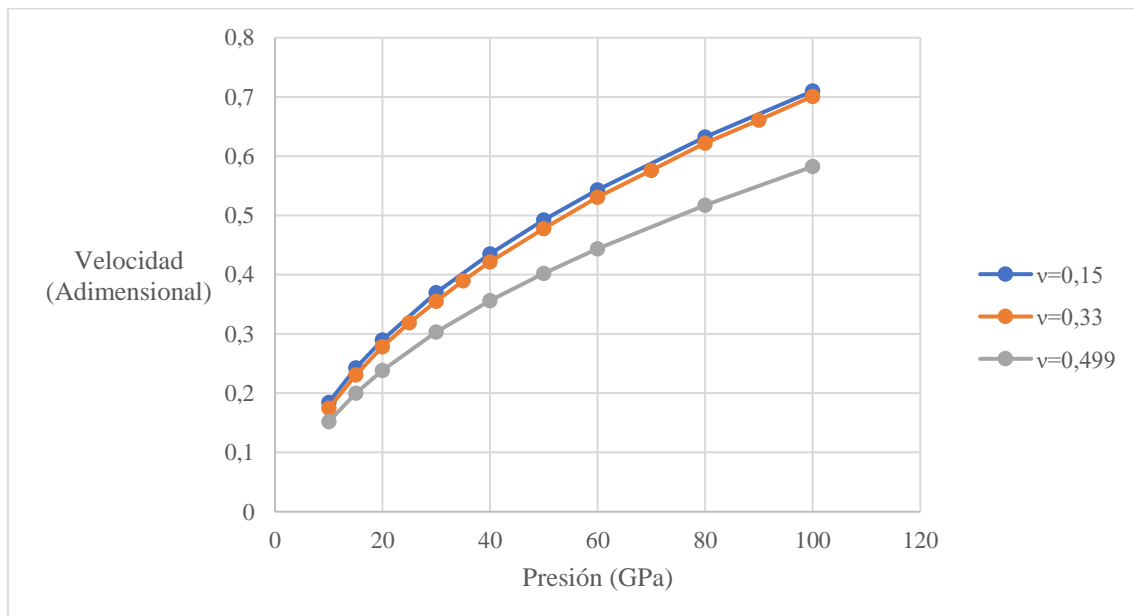


Fig. 3.12: Velocidad adimensional según la presión aplicada, para diferentes valores de coeficiente de Poisson.



En la nueva figura presentada se muestran curvas que resultan similares a la figura 3.9, pero con un matiz diferente. La velocidad representada en el eje de ordenadas está adimensionalizada. La razón de esta adimensionalización, es la de poder realizar una comparación entre la velocidad de crecimiento del poro y la velocidad, a su vez adimensionalizada, de la onda elástica.

La adimensionalización de la velocidad de crecimiento del poro viene dada por [1]:

$$m = \frac{\dot{A}}{\sqrt{E/\rho}} \quad (3)$$

Donde:

- $m$  es la velocidad de expansión adimensionalizada.
- $\dot{A}$  es la velocidad de expansión obtenida con anterioridad.
- $E$  es el módulo de elasticidad.
- $\rho$  es la densidad.

La velocidad adimensionalizada mostrada en la figura 3.12 se corresponde con la velocidad de expansión  $m$ . Se observa que el perfil de las curvas es el mismo que el resultante sin adimensionalizar. Esto se debe a que la adimensionalización se ha realizado a través de los parámetros del módulo de elasticidad y de la densidad, pero el coeficiente de Poisson no entra en juego para este proceso. Si bien no parece, a priori, interesante el cambio que se ha realizado, sí lo es una vez se expone el término de la velocidad de la onda elástica. [1]

$$C_E = \sqrt{\frac{1 - \nu}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)}} \quad (4)$$

En la ecuación 4 se define como  $C_E$  la velocidad de la onda elástica. El propósito de introducir este nuevo término es el de realizar la comparación con los resultados de la velocidad adimensionalizada. Se hace para realizar la comprobación de que la velocidad de expansión no supera en ningún momento a la velocidad de la onda elástica. Para hallar los valores numéricos de la velocidad de cada onda elástica, se requiere únicamente el coeficiente de Poisson. Siendo tres los coeficientes de Poisson empleados, se obtienen tres velocidades para la onda elástica.

- $\nu = 0,15 \rightarrow C_E = 1,0276$
- $\nu = 0,33 \rightarrow C_E = 1,2172$
- $\nu = 0,499 \rightarrow C_E = 12,9271$

Las mayores velocidades de expansión adimensionalizadas eran de 0,5825 para un coeficiente de Poisson de 0,499, de 0,7012 para un coeficiente de Poisson de 0,33, y de 0,7099 para el coeficiente de Poisson de 0,15. Tal y como es observa, ninguna de las velocidades alcanza la magnitud de la velocidad de la onda elástica.

Se considera que estos son los resultados a analizar para alcanzar las conclusiones con respecto a la relación entre el fenómeno de cavitación dinámica y el coeficiente de Poisson.

### **3.4 Influencia del módulo de elasticidad en la cavitación dinámica.**

Siguiendo el procedimiento de trabajo empleado hasta el momento se pasa a observar los resultados obtenidos a otro importante parámetro con relación al material. El primero ha sido el coeficiente de Poisson, y ahora se pasa a centrarse en el efecto y la dependencia sobre el módulo de elasticidad ( $E$ ). Para el cálculo tomado como referencia el material tenía unas características muy similares a las que posee el acero, y cuyo módulo de elasticidad era igual a 200 GPa, un valor medio que puede considerarse suficientemente representativo de un acero de uso común.

Para poder seguir el procedimiento análogo al utilizado con el cálculo sobre el coeficiente de Poisson, primero se establecen aquellos valores relativos al módulo de elasticidad que se van a emplear en las comparativas. El criterio con el coeficiente de Poisson fue tomar tres valores dentro del dominio acotado que permitieran una diferenciación suficiente. En este caso el criterio será diferente. El módulo de elasticidad no está acotado bajo un máximo de manera teórica. De esta manera se ha tomado la decisión de escoger magnitudes para el mismo relacionadas con metales comunes y representativos, igualmente tomando valores promediados. Sin embargo, no puede tomarse como cierta la consideración de que los resultados asociados a cada valor de módulo de elasticidad correspondiente a un metal específico son válidos para mostrar el desarrollo del fenómeno de cavitación dinámica en dicho metal en concreto. Aunque el valor del módulo de elasticidad sea representativo de un metal, el resto de los parámetros del material se corresponden a los determinados para el caso de partida, haciendo así la asociación con el metal del que se ha tomado el módulo de elasticidad en todo caso errónea.

Los módulos de elasticidad tomados en consideración para su posterior implementación en los cálculos han sido: 70, 120, 200, y 300 GPa. El módulo de elasticidad de 70 GPa se corresponde con un valor promedio representativo para el aluminio. El de 120 GPa se corresponde al bronce. El de 200 GPa es el considerado en los cálculos de partida desde el comienzo del estudio, y se corresponde, como se ha comentado, al módulo del acero. Finalmente, el de 300 GPa es el único escogido de manera arbitraria, para tener una curva para un módulo de elasticidad superior al de partida y que tenga una magnitud suficientemente distanciada de este. Dos metales cuyos módulos de elasticidad han sido descartados pese a su importancia son el titanio y el cobre. Sus módulos son de 107 y 110 GPa aproximadamente (estos valores pueden variar según diversos factores, pero no resulta relevante utilizar valores precisos para esta aplicación). Han sido descartados por su gran proximidad entre sí y con los demás módulos, queriéndose utilizar valores que comprendan un amplio rango de escalas. Los datos referentes al valor de los módulos de elasticidad se han extraído del libro *Estructuras*, de J. E. Gordon. [8]

La primera comparativa que se trata de realizar en este apartado es de sus propias curvas que representen la velocidad de cavitación para las diferentes presiones aplicadas. Cada

curva será resultado de la sucesión de cálculos con diferentes presiones para cada uno de los módulos de elasticidad escogidos para el análisis.

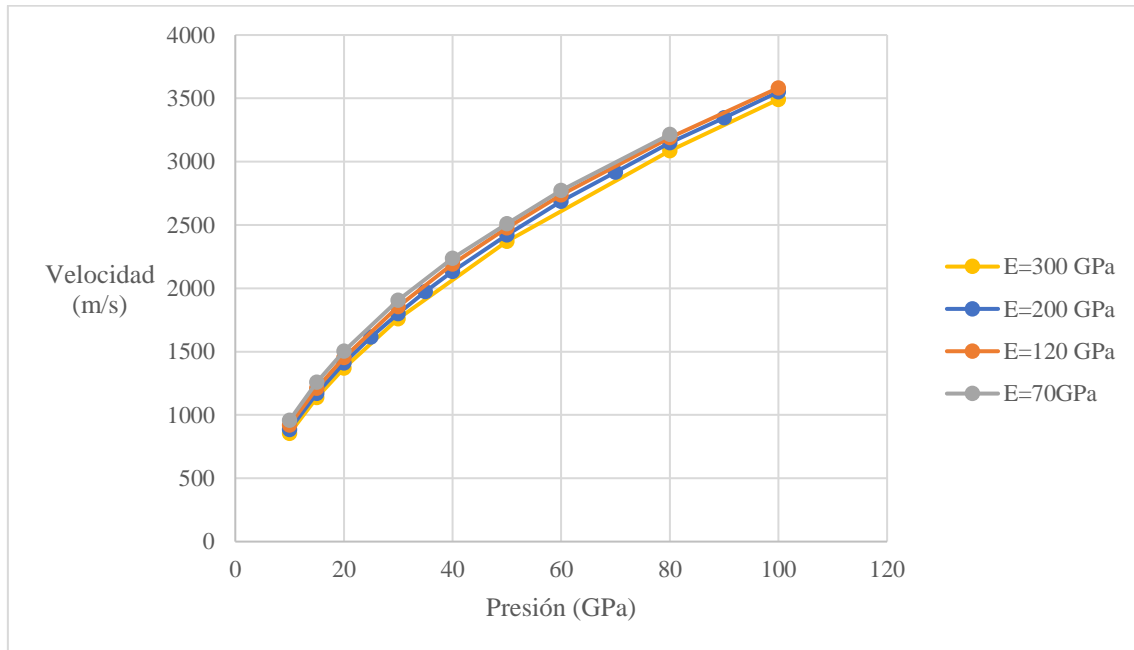


Fig. 3.13: Velocidades de cavitación según la presión, para diferentes módulos de elasticidad. El resto de propiedades son las iniciales.

Se puede realizar una primera observación sencilla. Las curvas para todos estos módulos de elasticidad son muy cercanas entre sí, tanto en la forma que adoptan como en los valores de velocidad de cavitación para cada presión aplicada. Si bien de manera ligera, con relación a las magnitudes que se manejan, se puede afirmar a partir de los resultados que, a menor módulo elástico, mayor velocidad de cavitación.

Existe un detalle que debe ser resaltado de manera especial en relación con la curva correspondiente al módulo de elasticidad de 70 GPa, el inspirado en el aluminio. La velocidad de cavitación que debería resultar del cálculo bajo la aplicación de 100 GPa no queda representada en la curva. El programa Abaqus indica error y no procede a realizar los cálculos del caso. Debería, siguiendo la lógica del patrón que se presenta, ser la mayor velocidad obtenida de entre todos los casos de este apartado del estudio. Actualmente no es posible apreciar la explicación de este hecho en base a la figura 3.13. Sin embargo, se adelanta que la misma se encuentra a través del proceso de adimensionalización, que involucra directamente al módulo de elasticidad.

A continuación, se desea observar cuál es la evolución de la velocidad a lo largo del tiempo para un nodo situado en el borde del poro. La comparación, con el objetivo de mostrar mayor claridad en las diferencias que se puedan presentar, se realiza tomando como referencia los cálculos correspondientes a los módulos de elasticidad de 70 GPa y 300 GPa, el menor y el mayor de los calculados para las anteriores curvas.

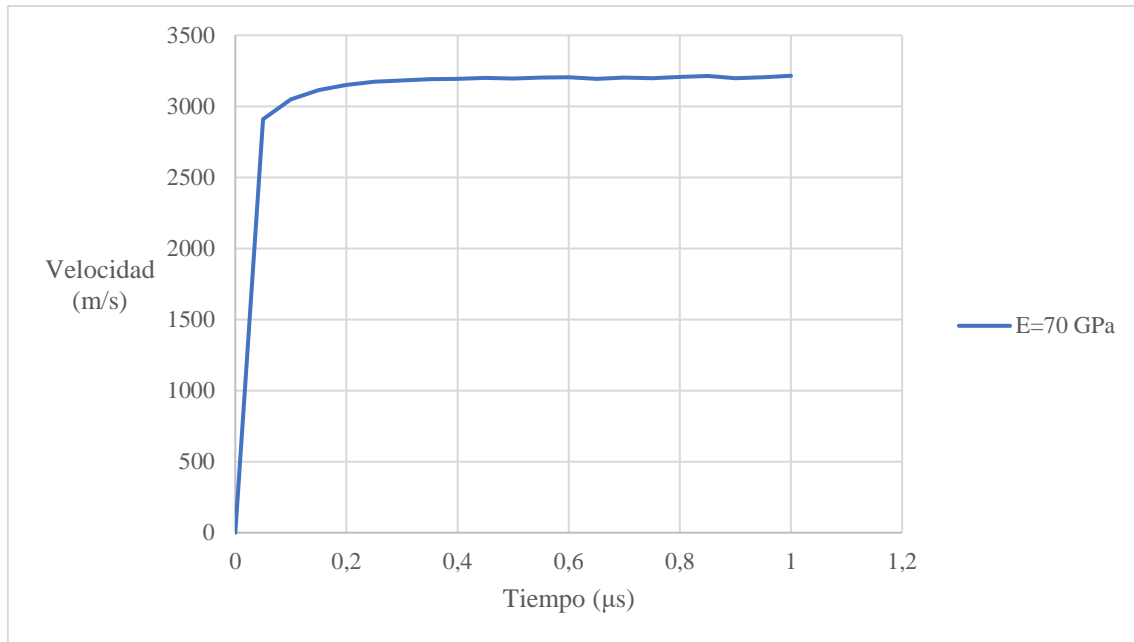


Fig. 3.14: Evolución de la velocidad en el tiempo. Módulo de elasticidad de 70 GPa, el resto de propiedades son las de referencia. Presión de 80 GPa.

La figura 3.14 representa la velocidad del punto adyacente a la frontera entre la cavidad y el material en un intervalo de tiempo que comienza en el instante de aplicación de la presión. La curva presenta una pendiente inicial muy pronunciada, de forma acorde a la magnitud de la presión aplicada, de 80 GPa, puesto que el comportamiento de la cavitación está mejor definido para mayores presiones. No se ha tomado la máxima presión por el hecho de no estar definida su velocidad. Esa presión, sin embargo, es la mayor con la que se cuenta con resultados.

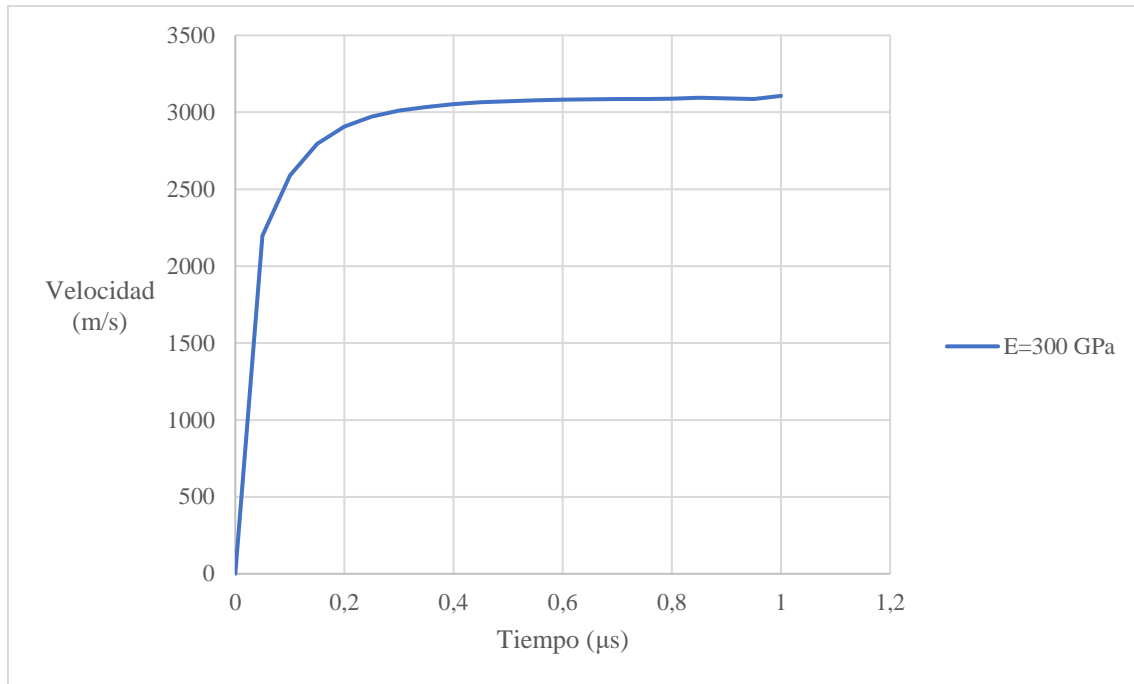


Fig. 3.15: Evolución de la velocidad en el tiempo. Módulo de elasticidad de 300 GPa, el resto de propiedades son las de referencia. Presión de 80 GPa.

La figura 3.15 representa esta vez la velocidad para el mismo punto del material, bajo la misma presión aplicada al inicio, pero con un módulo de elasticidad de 300 GPa, para así observar que, cualquier cambio entre las curvas generadas para el caso de módulo de 70 y el de 300 GPa, sean originados por el propio módulo de elasticidad. La primera diferencia ya era observable en la curva de velocidades de cavitación, la velocidad a la que se estabiliza cada caso es diferente, aunque no demasiado, pues ambas tienen un mismo orden de magnitud. La nueva diferencia está en el perfil de la curva, pues el modo en el que alcanzan esa estabilidad es diferente. Con valores mayores del módulo de elasticidad la velocidad presenta menores pendientes en los instantes iniciales.

Como últimos resultados referentes al módulo de elasticidad se desea mostrar la diferencia entre la distribución de tensiones. Se toman de referencia los mismos valores de 70 y 300 GPa de módulo de elasticidad, y la misma presión de 80 GPa aplicada en la cavidad. El instante de tiempo capturado, de igual manera, es el mismo en ambas representaciones, un microsegundo después del instante de aplicación de la presión.

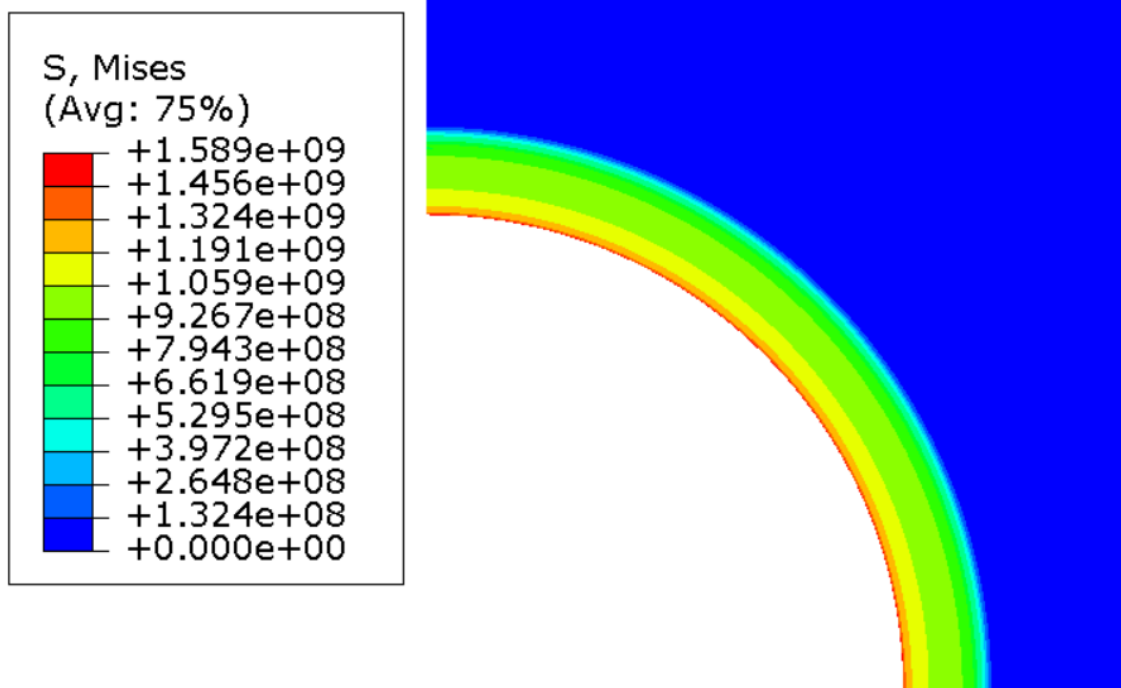


Fig. 3.16: Distribución de tensiones.  $E=70$  GPa, el resto de propiedades son las de referencia. Presión de 80 GPa.

Se observa que las tensiones se elevan en una región muy próxima a la pared del poro en crecimiento.

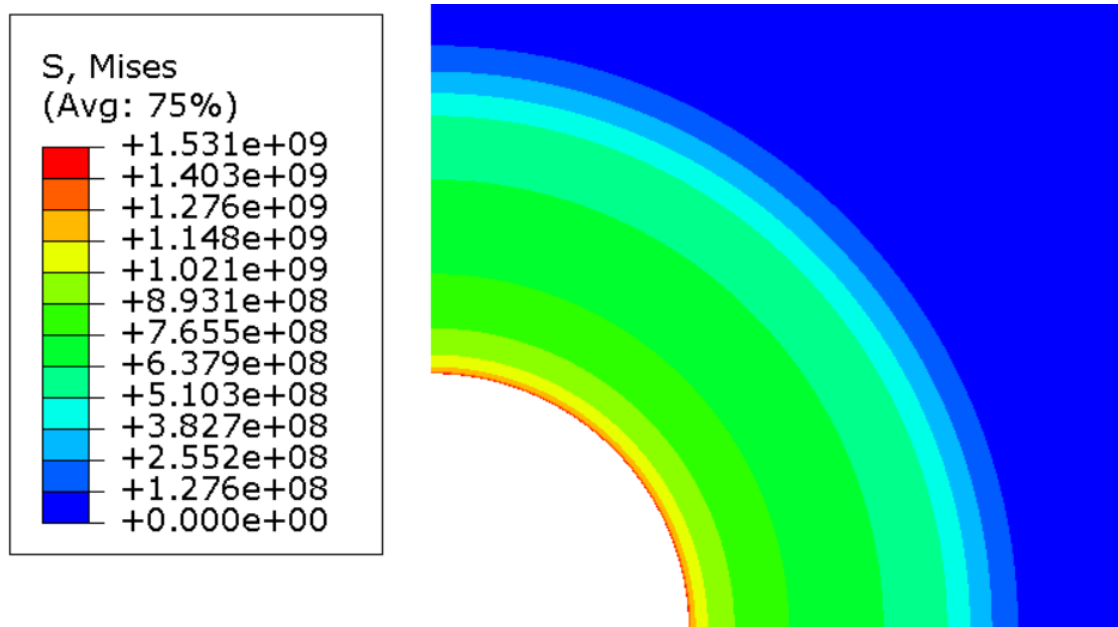


Fig. 3.17: Distribución de tensiones.  $E=300$  GPa, el resto de propiedades son las de referencia. Presión de 80 GPa.

Se observa que la distribución de las tensiones se ve afectada por el módulo de elasticidad durante el desarrollo del fenómeno. Para mayores módulos de elasticidad la distribución

de tensiones es más amplia. En dirección radial se observa que su gradiente es menor en relación con el radio deformado de la cavidad.

Se recuerda que la curva perteneciente a un módulo de elasticidad de 70 GPa, el menor de todos los considerados, falta el valor de la velocidad de cavitación para la mayor presión aplicada, de 100 GPa. Se realiza el análisis del por qué al adimensionalizar las velocidades de expansión del poro (las velocidades de cavitación representadas) y se comparan con la velocidad de propagación de la onda elástica.

Tal y como se ha realizado en el análisis de la influencia del coeficiente de Poisson, se procede a realizar la adimensionalización de la velocidad de cavitación. Como se indica en la ecuación 3, los parámetros de la densidad y el módulo de elasticidad son los que adimensionalizan la velocidad. Para el análisis de dicha velocidad adimensionalizada de cavitación, para el coeficiente de Poisson, resultaban curvas proporcionales a las originales, puesto que el coeficiente de Poisson no estaba presente en la adimensionalización.

En las nuevas curvas obtenidas se desea poder aclarar la razón o posible causa de la velocidad que no ha sido posible obtenerse.

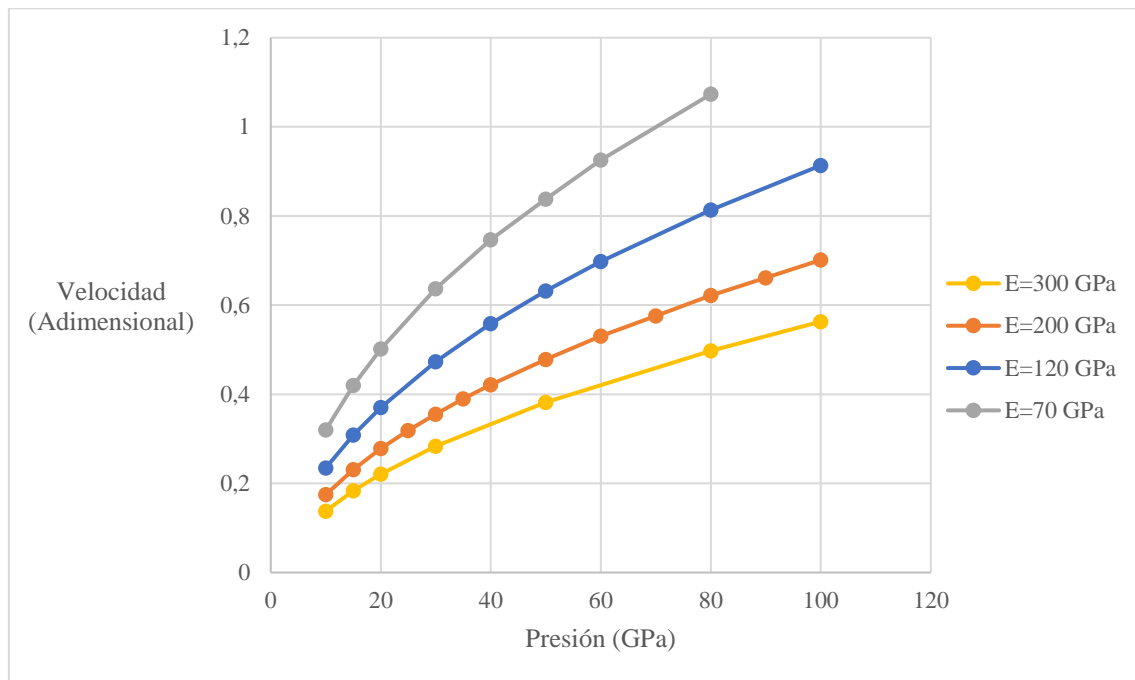


Fig. 3.18: Velocidades de cavitación adimensionales para distintos módulos de elasticidad. El resto de parámetros del material son los iniciales.

Como se puede observar en la figura 3.18, la diferenciación entre curvas se vuelve mucho más clara en cuanto a órdenes de magnitud se refiere. Esto significa que la curva correspondiente al módulo de elasticidad de 70 GPa alcanza valores que, relativamente a las demás curvas, son más altos. El punto que debería corresponderse con la aplicación de 100 GPa en el material con dicho módulo de elasticidad, siguiendo la tendencia observable en su curva, sería el punto con una mayor velocidad adimensional. Para hacer

una valoración acerca de qué límites pueden ser impuestos teóricamente a estas velocidades de cavitación, se procede a observar la velocidad de la onda elástica en un medio caracterizado por estos materiales.

Siguiendo la ecuación 4, la velocidad de la onda elástica se define a través del coeficiente de Poisson del material, que es común a todos los considerados para estas curvas. El valor de dicho coeficiente de Poisson es de 0,33. Haciendo uso de este dato, la velocidad de propagación de la onda elástica resulta ser de:

- $\nu = 0,33 \rightarrow C_E = 1,2172$

Este valor para la velocidad de la onda de choque resulta especialmente interesante si se identifica directamente con los valores de las velocidades de cavitación adimensionalizadas. Resulta que el punto de mayor magnitud de velocidad, siguiendo una región aproximada, estimada por la tendencia de la curva generada por los resultados previos, podría ser muy cercano a 1,2. Esto implicaría que la velocidad de expansión de la cavidad alcanzaría la velocidad de propagación de la onda elástica.

Otra causa puede ser que, al alcanzar una velocidad crítica, el problema cambie. Las ecuaciones que gobiernan el problema podrían estar pasando de representar un problema elíptico a uno parabólico. Esto está relacionado con la forma de propagación de un flujo, e implicaría un cambio en las ecuaciones de gobierno. Si se produce un cambio en esas ecuaciones, esto podría ser causa de la imposibilidad por parte del programa para ejecutar el cálculo del caso.

### 3.5 Modelo de endurecimiento.

Los apartados previos a este se han focalizado en estudiar los dos parámetros que caracterizan la elasticidad del material metálico dúctil a grandes rasgos. Tanto el módulo de elasticidad como el coeficiente de Poisson definen cómo se desarrolla el comportamiento elástico del material durante la aparición del fenómeno de cavitación dinámica. El módulo de elasticidad relaciona la deformación elástica con la tensión presente. Por otro lado, el coeficiente de Poisson relaciona la deformación en una determinada dirección con el efecto de esta misma sobre las otras direcciones en el espacio.

El endurecimiento viene dado y definido por la que es llamada ley de endurecimiento, la cual es una expresión que determina el comportamiento de esa no-linealidad que se presenta en el rango elastoplástico. Algunos ejemplos de leyes de endurecimiento son las de Hollomon, Ludwik o Ramberg-Osgood. La ley empleada durante los cálculos de este estudio es la de Johnson-Cook.

La ecuación que define este modelo es [9]:

$$\sigma = (A + B \cdot (\varepsilon^p)^n) \cdot \left\{ 1 + C \cdot \ln \left( \frac{\dot{\varepsilon}^p}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right\} \cdot (1 - T_H^m) \quad (5)$$

En cuanto a los parámetros  $A$ ,  $B$  y  $n$ , se toman los coeficientes que se corresponderían con un endurecimiento tipo Ludwik. A la hora de proceder a obtener resultados en relación



con el modelo de endurecimiento tan solo se tiene en consideración el efecto de los tres parámetros mencionados, pues no se tienen en cuenta efectos térmicos.

### 3.6 Influencia del límite elástico en la cavitación.

El primer parámetro en ser modificado, con el objetivo de poder hallar el efecto que ejerce sobre el desarrollo del fenómeno estudiado, es el límite elástico, o parámetro  $A$  dentro del modelo de endurecimiento de Johnson-Cook. A lo largo del historial de deformaciones del material, este parámetro representa el límite elástico inicial, aquel que caracteriza al material previamente se produzca cualquier deformación que alcance la plastificación.

En la figura 3.19 se desea mostrar de manera clara el papel del parámetro  $A$  en la expresión de la ley de endurecimiento empleada. Como se observa cada curva es paralela al resto en todos sus puntos. Lo que diferencia las unas de las otras es la tensión inicial, al inicio de la plastificación, es decir: el límite elástico inicial.

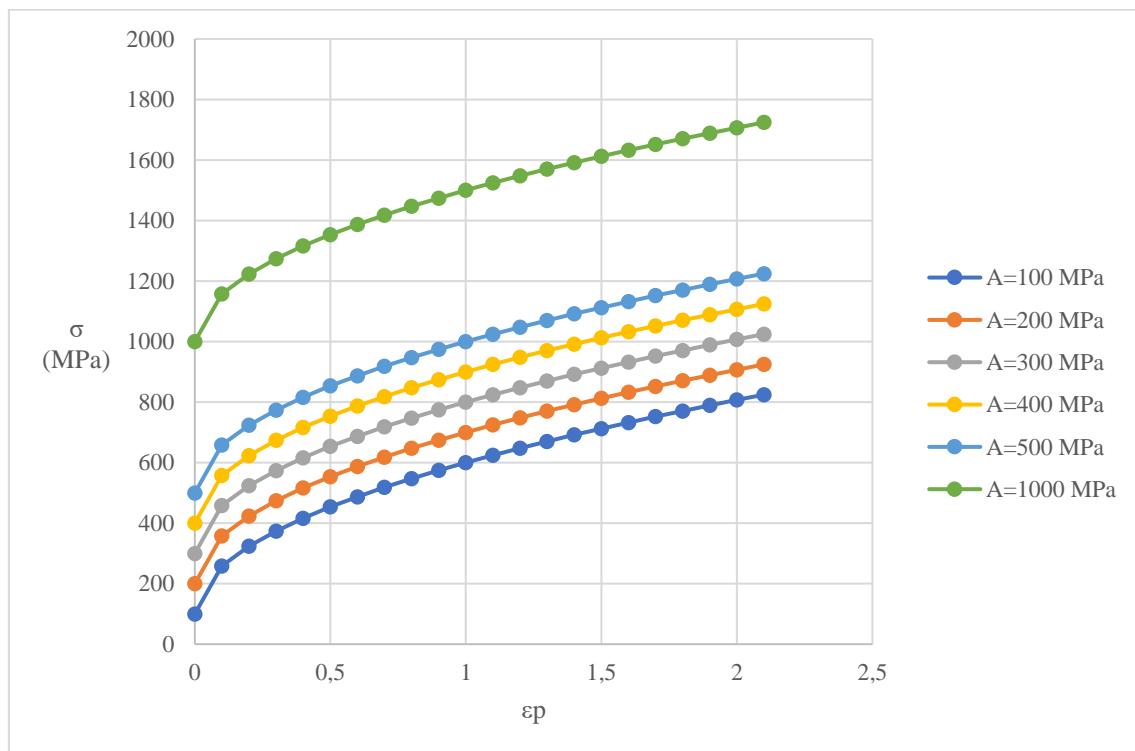


Fig. 3.19: Curva tensión-deformación plástica variando el parámetro  $A$ . Resto de parámetros de la ley de endurecimiento constantes.

A continuación, se realizan los cálculos de la velocidad de cavitación para sucesivas presiones. Se incrementa progresivamente la presión, todos los parámetros a parte de  $A$  son iguales a los proporcionados en la tabla 2.1. Se presentan dos curvas, la primera se corresponde a la obtenida calculando con el parámetro  $A$  inicial, y la segunda modificándolo en una escala suficiente para observar la posible diferencia entre las tendencias de ambas. El límite elástico inicial del caso de partida es de 500 MPa, mientras que el nuevo tiene una magnitud inferior, de valor 350 MPa. No se ha seguido un ejemplo

real concreto para escoger el nuevo caso de comparación, tan solo se ha seleccionado arbitrariamente otro valor para el parámetro A.

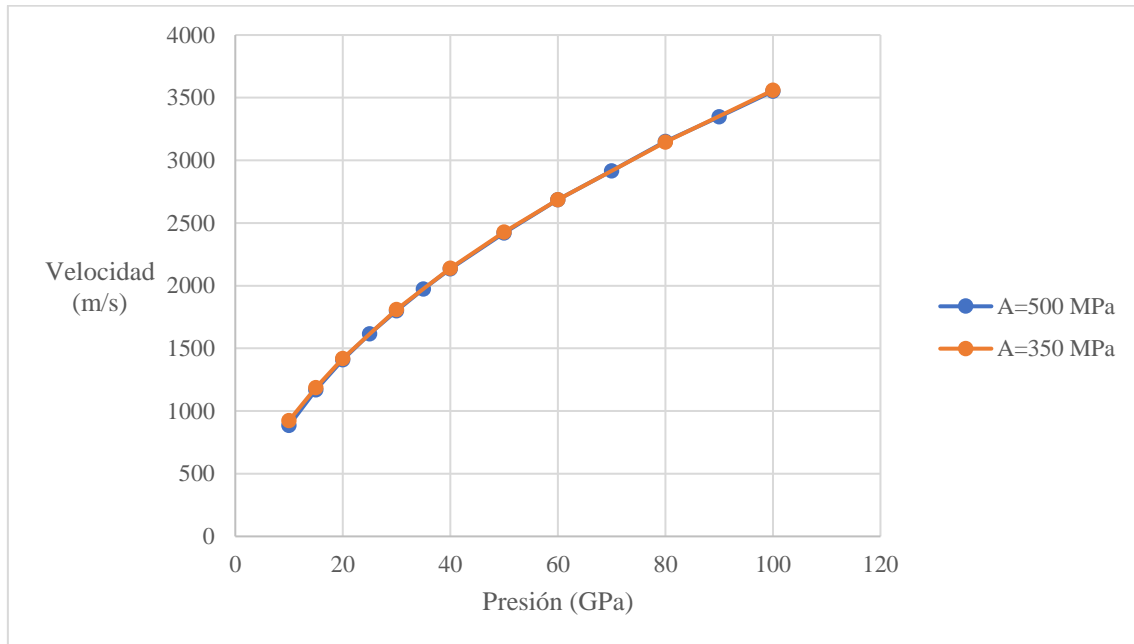


Fig. 3.20: Velocidades de cavitación según la presión, para dos diferentes límites elásticos. El resto de parámetros son los iniciales.

Como se observa, las dos curvas resultan casi coincidentes, en la representación resultan prácticamente iguales y pudiera resultar complicado diferenciarlas. Por ello se decide también proporcionar los valores numéricos para proveer de una referencia exacta de la cercanía entre los valores obtenidos para ambas curvas en la tabla 2.1.

TABLA 3.1: VELOCIDADES DE CAVITACIÓN PARA DIFERENTES VALORES DE A.

A=500MPa		A=350MPa	
P	V	P	V
10	885	10	924
15	1170	15	1187
20	1410	20	1419
25	1615	30	1811
30	1799	40	2140
35	1974	50	2428
40	2134	60	2687
50	2421	80	3147
60	2687	100	3559
70	2917		
80	3150		
90	3347		
100	3551		

A través de los valores numéricos de los resultados de las velocidades queda mejor plasmada la inapreciable variación entre los correspondientes a un material y otro. Se ha resaltado el valor de la velocidad para la cavitación dinámica bajo el efecto de la aplicación de 60 MPa de presión interna. En los dos casos, aun teniendo valores de una disparidad a tener en consideración en el orden de magnitud del límite de elástico inicial, siendo el segundo 0,7 veces el inicial, se obtiene el mismo resultado en la velocidad. Debido a que se realiza el cálculo de la evolución del proceso a través del método de elementos finitos, existe una variabilidad consecuencia de ser una aproximación que se basa en la discretización de un medio continuo. Por ello, de ser el parámetro A un factor que no ejerza influencia alguna sobre la velocidad de cavitación se deberá tener en cuenta que no implicaría que los resultados debieran ser exactamente iguales. La coincidencia para la velocidad resultado de la presión de 60 MPa es fruto del azar dentro de la variación debida a la aproximación por elementos finitos.

La velocidad en el tiempo para un solo caso no se estabiliza en un valor exacto y constante. Existe un cierto error en dicha velocidad. Su orden de magnitud observado es de  $5 \frac{m}{s}$ . El orden de magnitud de las diferencias entre las velocidades obtenidas para diferentes parámetros A es de  $11 \frac{m}{s}$ . Ambos valores son comparables y mucho menores al orden de magnitud de las velocidades de cavitación (inferiores al 0,01%). Por ello se concluye en que el parámetro A no influye en la velocidad de cavitación.

### 3.7 Influencia del coeficiente de endurecimiento en la cavitación.

Se han realizado cálculos comparativos para el parámetro A, correspondiente al límite elástico. Los parámetros que entran en juego para definir el modelo de endurecimiento del material son A, B y n. Los demás son descartados de ser estudiados debido a que se

suprime la influencia derivada de los efectos térmicos. Tras el límite elástico inicial  $A$ , se pasa a observar el parámetro  $B$ , el coeficiente de endurecimiento.

El parámetro  $B$ , junto con  $n$ , definen el proceso de endurecimiento, determinando en conjunto con  $A$ , cuánto aumenta el límite elástico a lo largo del proceso de deformación. Cuanto mayor sea el valor del parámetro  $B$ , mayor será el aumento del límite elástico conforme se incremente el valor de deformación plástica equivalente. Si se observa la figura 3.21 se puede comprobar que conforme se aumenta el valor de  $B$  la tensión se eleva. Mientras todas comienzan en un valor equivalente al parámetro  $A$ , se alcanzan mayores valores y una mayor pendiente si se incrementa el coeficiente  $B$ .

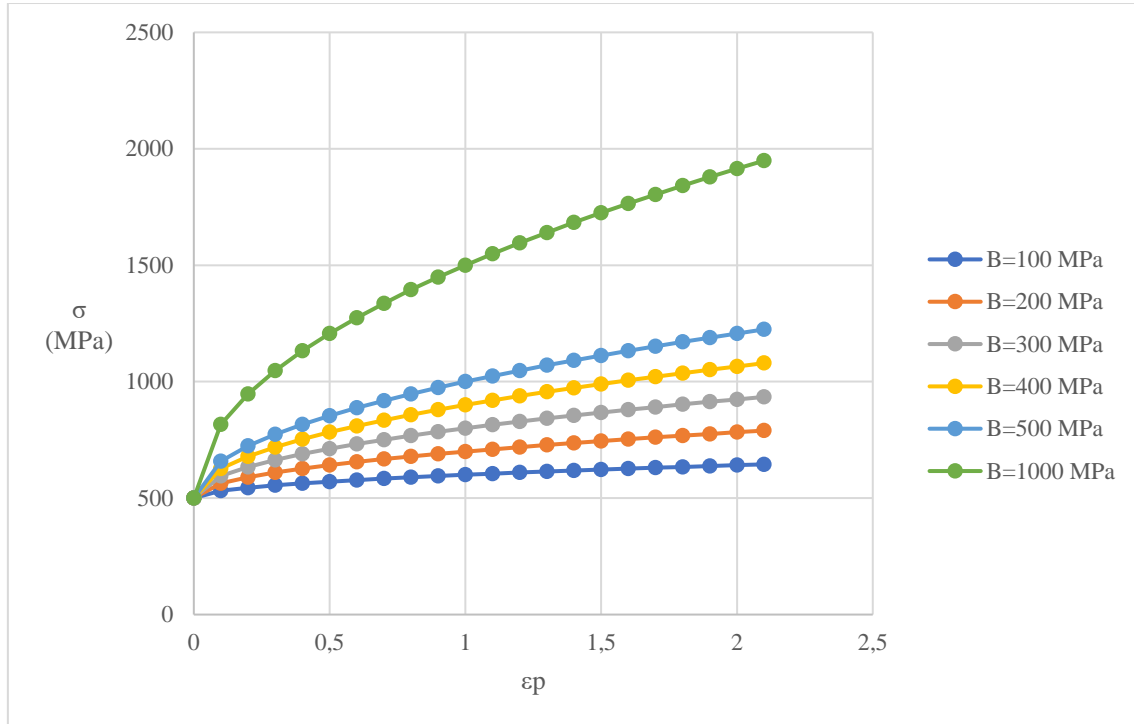


Fig. 3.21: Curva tensión-deformación plástica variando el parámetro  $A$ . Resto de parámetros de la ley de endurecimiento constantes.

Para la obtención de datos para el análisis alrededor de este parámetro se sigue un procedimiento análogo al seguido en el apartado anterior, se toman curvas distintas y se comparan sus velocidades de cavitación a lo largo de diferentes presiones aplicadas en el interior. El criterio seguido para escoger el valor del parámetro  $B$  para la comparación ha sido el mismo que para el parámetro  $A$ . Tanto  $A$  como  $B$  en el caso inicial tomado como referencia tienen el mismo valor de 500 MPa. Por ello el valor para la nueva curva se ha tomado así mismo como en el apartado anterior de 350 MPa, siendo la diferencia de magnitudes la misma para ambos apartados.

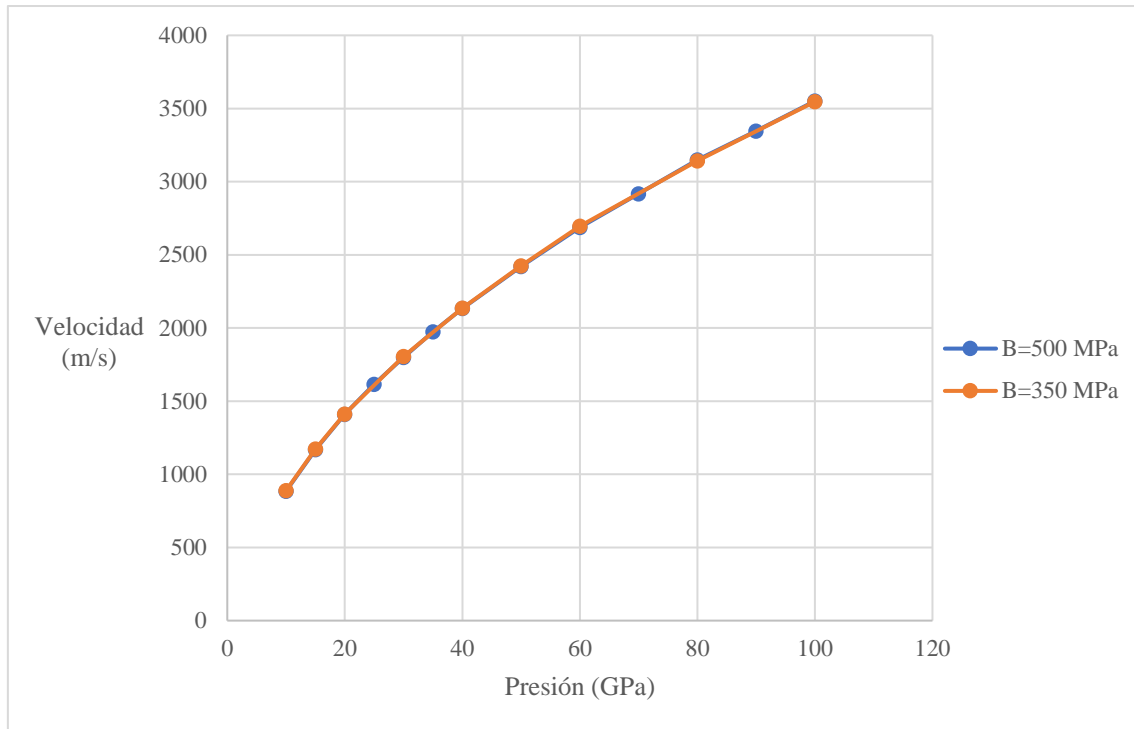


Fig. 3.22: Velocidades de cavitación según la presión, para dos diferentes coeficientes de endurecimiento. El resto de parámetros son los iniciales.

Para el parámetro  $B$  sucede lo mismo que con el parámetro  $A$  para todo el rango de presiones. La nueva curva resulta ser casi coincidente, por lo que, tal y como se ha hecho para  $A$ , se proporciona una tabla con los valores de la velocidad de cavitación obtenidos para cada punto, para ofrecer una vista exacta de las magnitudes observadas durante la simulación.

La razón por la cual no se han representado más curvas a parte de la mostrada es que se ha comprobado que para más valores del parámetro  $B$  sucede lo mismo que para el considerado para la comparación realizada. Para asegurar esa afirmación se tomaron múltiples pruebas con presiones y magnitudes de  $B$  diferentes, siendo arbitrarios sus valores. En todos los casos se obtenían puntos que se correspondían a la velocidad de cavitación respectiva de cada presión independientemente de cuál fuera el valor del parámetro  $B$  en ese momento.

TABLA 3.2: VELOCIDADES DE CAVITACIÓN PARA DIFERENTES VALORES DE B.

B=500MPa		B=350MPa	
P	V	P	V
10	885	10	888
15	1170	15	1174
20	1410	20	1412
25	1615	30	1805
30	1799	40	2136
35	1974	50	2424
40	2134	60	2697
50	2421	80	3142
60	2687	100	3547
70	2917		
80	3150		
90	3347		
100	3551		

Como se observa, tal y como se ha mencionado, las cifras resultan muy próximas en todas las presiones a las originales del caso de referencia. Para algunas presiones se obtienen valores ligeramente superiores, pero en otras ligeramente inferiores.

Realizando la misma comparación que con el parámetro A, se recurre al orden de magnitud de las diferencias entre resultados. El orden de magnitud resulta ser igual al presente en el error de medición debido a la fluctuación de la velocidad para un solo caso. Ambos son de unos  $5 \frac{m}{s}$ . A partir de los resultados observados, se llega a la conclusión de que el coeficiente de endurecimiento tampoco influye en la velocidad de cavitación.

### 3.8 Influencia del exponente n sobre la cavitación.

En relación con el modelo de endurecimiento se han obtenido resultados para poder realizar el análisis de los parámetros A y B. El último por ser estudiado es el exponente  $n$ . El valor actual de  $n$ , el considerado para el caso de referencia, es de 0,5.

En la figura 3.23, para mostrar un ejemplo del perfil de la ley de endurecimiento en una curva tensión-deformación plástica se toman diferentes valores de  $n$ , siendo los de A y B los mismos que en el caso de partida. El objetivo es ejemplificar de manera visual cuál es el efecto del exponente que se estudia en este apartado. Para las curvas, obsérvese que se han tomado valores para el exponente partiendo de 0 y pasando por el valor unidad, el cual constituye un punto de inflexión en la tendencia de las curvas a lo largo de los diferentes valores de  $n$  de cada curva.

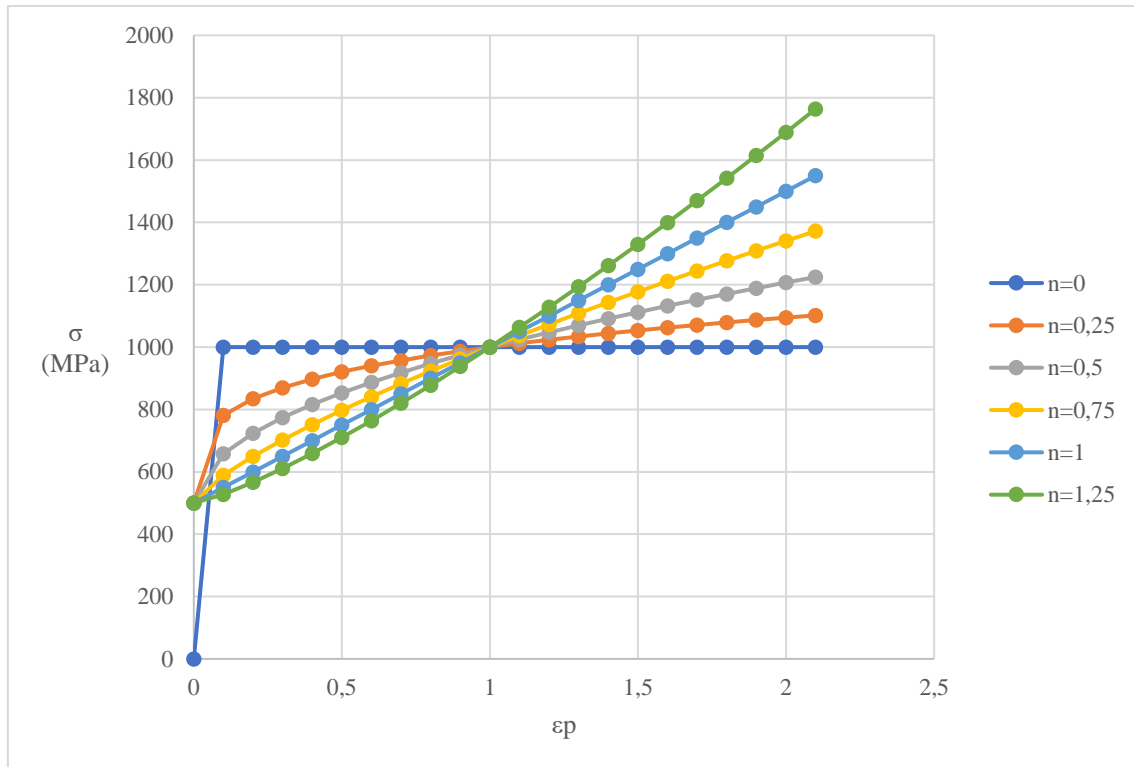


Fig. 3.23: Curva tensión-deformación plástica variando el parámetro  $n$ . Resto de parámetros de la ley de endurecimiento constantes.

Como se observa, para un exponente de 0, la curva adopta inmediatamente después de la deformación plástica nula el valor de 1.000 MPa, que se corresponde, si se observa la fórmula que define la ley de endurecimiento, a la suma de los parámetros  $A$  y  $B$ , que son iguales a 500 MPa ambos. Las curvas pasan a tener una mayor pendiente conforme se aumenta el exponente, suavizando a su vez la brusquedad con la que alcanzan el valor de 1.000 MPa. En la curva de exponente igual a 1, donde el mismo pasa ser de influencia nula en la ley, el resultado es una recta que pasa por el valor del límite elástico inicial y el punto de 1.000 MPa cuando la deformación plástica se hace igual a la unidad. Con valores mayores de la unidad para  $n$ , la curva pasa a tener el signo de su segunda derivada distinto, creciendo cada vez más, exponencialmente por supuesto, pues  $n$  es precisamente un exponente que afecta de forma directa a la variable de la deformación plástica.

Para el análisis se tomará en consideración un parámetro  $n$  diferente al original, el del caso de partida. El valor inicial, de 0,5, queda representado en el ejemplo de comparación entre diferentes exponentes, siendo un valor inferior a la unidad resultará tener una curva de tensión-deformación plástica de perfil cóncavo. Como se ha mencionado, a partir de un exponente de valor igual a la unidad existe una inflexión a partir de la cual se observa un comportamiento que define un perfil convexo para su función tensión-deformación plástica. Se tiene la intención de comparar los resultados referentes a la velocidad de cavitación con un caso en el que el comportamiento debido a la función de endurecimiento resulte claramente distinto. El exponente, o parámetro  $n$  de la función de

endurecimiento considerado como apto para un posterior análisis, en el cual se pueda apreciar cambios con respecto al material inicial de referencia, es de valor 0.

El hecho de que el exponente  $n$  en la expresión que define el modo de endurecimiento por deformación sea nulo implica que la función toma una forma tal que el límite elástico equivale en todo momento al parámetro  $A$ . Eso le confiere a la curva un perfil de valor constante, concretamente con los valores que definen el material considerado de 500 MPa en todo momento. Si se interpreta este comportamiento, es posible afirmar en vista de la descripción de la propia función, que realmente, no se produce endurecimiento por deformación. Esto significa que el límite elástico del material es constante en todo momento y que es igual al límite elástico inicial, pues de hecho no se considera la influencia de efectos térmicos. El material con este comportamiento no sufre una modificación del lugar geométrico que representa el límite elástico. Se adoptará este valor para el exponente por ser suficientemente distinto del original y característico de un comportamiento así mismo diferente también.

En la comparativa de curvas se muestra, tal y como se ha hecho en todas las comparaciones correspondientes, las velocidades de cavitación referidas para cada magnitud de presión aplicada sobre la cavidad. Cada curva se corresponde con uno de los dos valores considerados para el exponente  $n$  de la función de endurecimiento, de 0 y 0,5 concretamente. La de 0 es un caso de límite elástico constante y la de 0,5 es igual al caso original de partida.

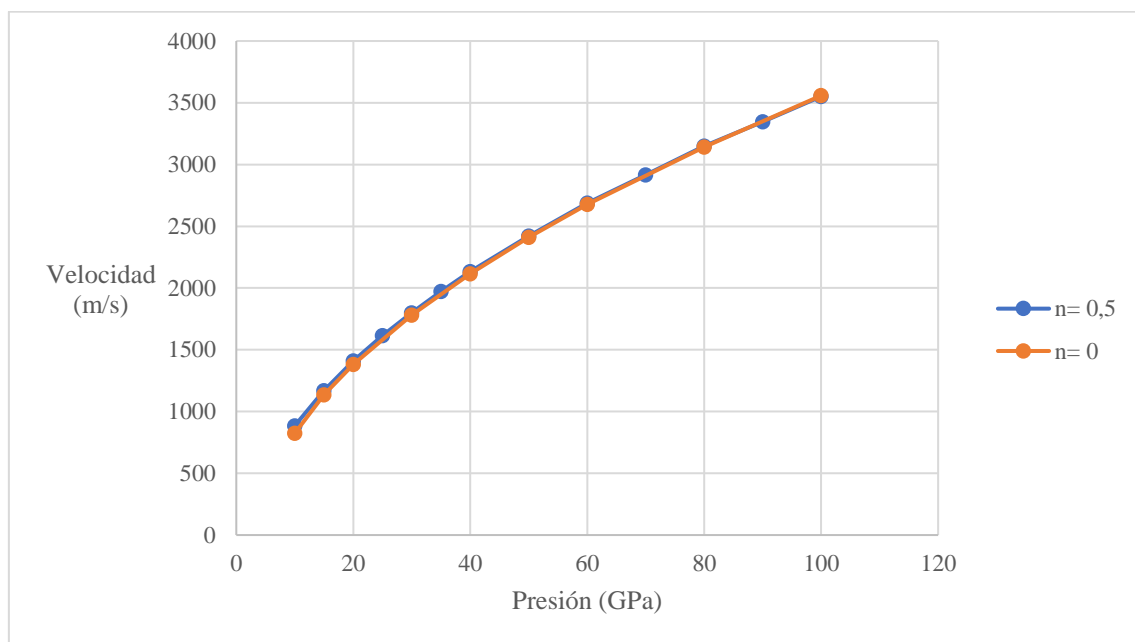


Fig. 3.24: Velocidades de cavitación según la presión, para dos exponentes  $n$  diferentes. El resto de parámetros son los iniciales.

Siendo el parámetro  $n$  el último de los cuales se desea analizar en relación con lo que a endurecimiento por deformación del material se refiere, se observa de antemano, antes del propio análisis, que la naturaleza de los resultados es muy similar a la de los anteriores obtenidos (de los parámetros  $A$  y  $B$ ). Las dos curvas obtenidas son muy parejas, pudiendo



ser a simple vista coincidentes, tal y como se ha concluido con los parámetros previos. Dada la similitud entre los resultados que se observa, se opta por incluir una tabla que recoja los valores numéricos de las velocidades de cavitación correspondientes a cada curva, referida cada una a su presión correspondiente.

TABLA 3.3: VELOCIDADES DE CAVITACIÓN PARA DIFERENTES VALORES DE  $n$ .

n=0,5		n=0	
P	V	P	V
10	885	10	824
15	1170	15	1135
20	1410	20	1382
25	1615	30	1781
30	1799	40	2115
35	1974	50	2412
40	2134	60	2679
50	2421	80	3142
60	2687	100	3558
70	2917		
80	3150		
90	3347		
100	3551		

La diferencia entre órdenes de magnitud resulta mayor. El orden de magnitud medio de las diferencias entre velocidades de cavitación para diferentes exponentes es de unos  $20 \frac{m}{s}$ . Aunque resulta mayor que los  $5 \frac{m}{s}$  del error que puede encontrarse en cada velocidad de cavitación, sigue siendo suficientemente menor que la magnitud de velocidades que se presentan. Por ello en este apartado se concluye en que el exponente  $n$  no influye en la velocidad de cavitación.

### 3.9 Influencia de la densidad en la cavitación.

Se han obtenido resultados referentes a diferentes características del material con el objetivo de posteriormente poder analizarlos de manera independiente y establecer las posibles relaciones de cada uno con el fenómeno de cavitación dinámica sobre un metal dúctil. Primero se han tomado datos de la cavitación en materiales que se diferenciaban por variables elásticas, como lo son el módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson. Posteriormente se han tomado datos de un modo similar acerca de variables relacionadas con el endurecimiento por deformación del metal, como lo han sido los denominados parámetros  $A$ ,  $B$  y  $n$ , de la función de endurecimiento de Johnson-Cook. Actualmente queda pendiente una importante variable que define al material sobre el que se realiza el estudio: la densidad.

La densidad puede dar a conocer, a través de su observación, la distribución que tiene la masa inicialmente, y de cómo se redistribuye una vez hace aparición la onda característica de la cavitación. De hecho, durante el análisis se realiza una observación concretamente acerca de la distribución y evolución de la densidad a lo largo de la dirección radial

durante el desarrollo del fenómeno. Esa observación se realiza también en relación con la tensión.

Para tomar la decisión de cuáles deben ser los valores de densidades que se tomarán para los cálculos se sigue un criterio similar al empleado para el módulo de elasticidad. Todos los valores empleados para obtener las diferentes curvas de velocidad de cavitación están correspondidos con magnitudes aproximadas de metales existentes, buscando que sean metales de uso común. Con respecto a los valores escogidos se busca que estén, además, distanciados entre sí cubriendo un amplio rango para que la perspectiva que se tenga a la hora de analizar los resultados sea más amplia y clara.

Se obtiene un total de cinco curvas, una de ellas referida a la densidad que se corresponde con el caso de partida, tomada como referencia. El caso inicial se recuerda que tenía un material de densidad igual a  $7.800 \frac{kg}{m^3}$ , estaba basado en un valor promediado característico de los aceros. La menor de las densidades es igual a  $2.712 \frac{kg}{m^3}$ , es la densidad aproximada de un aluminio. Se ha escogido al aluminio por ser un metal ligero de uso muy extendido. La siguiente densidad, de  $4.500 \frac{kg}{m^3}$ , está extraída como representante del titanio. Se ha escogido el titanio por tener una densidad de valor intermedio entre el acero y el aluminio, y por tener una gran importancia en diversas aplicaciones. La densidad de  $8.900 \frac{kg}{m^3}$  se corresponde a la densidad del cobre. Este valor es más próximo a la densidad del acero que los demás, pero se ha decidido incluir el cobre por el uso tan común que tiene y su importancia en tan diferentes ámbitos (por poseer propiedades que no afectan ni están relacionadas con lo estudiado en este momento). Finalmente, se ha querido incluir un metal que destacase por tener una densidad significativamente superior a la del acero. El metal concretamente escogido es el tungsteno, cuya magnitud de densidad es de  $19.600 \frac{kg}{m^3}$ , algo más de 2,5 veces la magnitud representativa de la densidad del acero. Con estos valores para las densidades se tienen en consideración metales ligeros y pesados para los cálculos.

Las curvas que se generan a partir de los resultados son de la velocidad de cavitación resultante de la aplicación de diferentes presiones, de magnitudes progresivamente mayores. El proceso se repite para cada material, o, dicho de otro modo, cada curva representa las velocidades de cavitación obtenidas para cada material. Cada uno de los materiales se diferencia de los otros únicamente en la densidad, con el objetivo de que cualquier tendencia observada entre curvas se deba únicamente a la densidad, el parámetro del material que se trata de estudiar en este apartado.

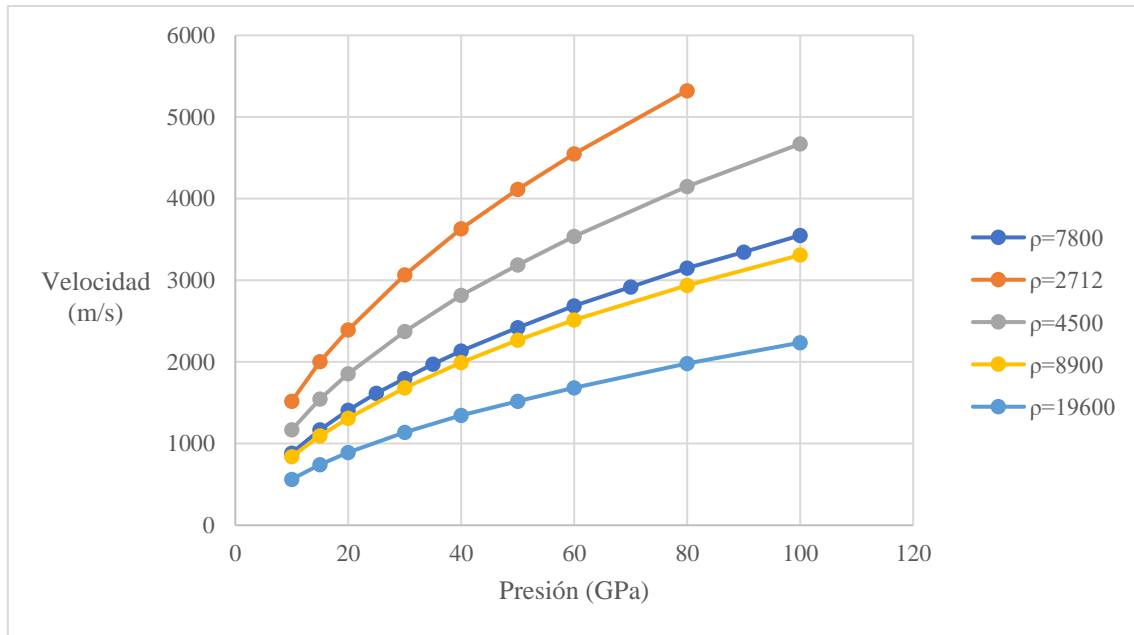


Fig. 3.25: Velocidades de cavitación según la presión para diferentes densidades. El resto de parámetros son los iniciales.

A diferencia de como sucede en la toma de resultados durante el cálculo de las velocidades de cavitación para diferentes parámetros de la función de endurecimiento, donde las curvas resultaban coincidentes, se puede observar que la diferencia entre la velocidad de cavitación para diferentes densidades es mayor. El valor de velocidad de cavitación más alta (correspondiente a la aplicación de 80 GPa) para el metal con menor densidad es de  $5.324 \frac{m}{s}$ . El valor de la velocidad bajo la misma presión de 80 GPa para el material con mayor densidad es de  $1.980 \frac{m}{s}$ . Siendo la velocidad del aluminio en torno a 2,7 veces la del tungsteno. Esa misma relación para la menor presión aplicada, de 10 GPa, es muy similar a la citada. Las velocidades en ese caso son de  $1.519 \frac{m}{s}$  para la menor densidad y de  $564 \frac{m}{s}$  para la mayor densidad. La relación en este caso es de 2,7 también. La menor densidad es de en torno a 7,2 veces la densidad mayor.

Las mayores velocidades se corresponden con la menor densidad, la inspirada en el aluminio (aunque el material no se asemeja al aluminio más allá de en la densidad), siguiendo un patrón sólido en el que cuanto más se incrementa la densidad, menores son las velocidades de cavitación resultantes. La curiosidad en la curva de velocidades de la menor densidad es que no se ha podido obtener la velocidad para la mayor presión, de 100 GPa. Dicho valor de velocidad de cavitación, siguiendo la lógica observable en la curva, debería haber sido la mayor de todas las calculadas. El programa Abaqus, en el momento en el que se manda ejecutar el caso indica que, antes de resolver el mismo, lo aborta. En el análisis de los resultados se trata de obtener una razón aceptable para que esto suceda.

De realizarse una aclaración. Tal y como se hace en la obtención de resultados para el análisis de la influencia del módulo de elasticidad, los valores del parámetro que se quiere estudiar se escogen en base a metales existentes utilizados como modelo. En ningún

momento se deben identificar los resultados obtenidos para el parámetro inspirado en un cierto metal concreto con los resultados que se obtendrían con ese preciso metal. Los cálculos tienen la intención de centrarse en la influencia de un solo parámetro y su influencia en la cavitación. Por ello, el resto de los parámetros se mantienen iguales a los valores correspondientes al caso de partida. El material resultante en cada caso tiene características que no se corresponden a las que posee el metal del que se extrae el valor estudiado. En todo caso, si se realizaran experimentos con uno de los mencionados metales, no se debe esperar que se reproduzcan los resultados mostrados. También se debe aclarar que las magnitudes de los parámetros, tanto para el apartado actual como aquel centrado en el módulo de elasticidad, son valores representativos y aproximados. Las propiedades de los materiales pueden diferir por una gran variedad de motivos, como pueden ser impurezas, o el método de procesado tanto en frío como en caliente, entre muchos otros.

Puede observarse que, tal y como sucedía en el análisis de la influencia del módulo de elasticidad, existe una velocidad que no queda representada en la figura debido a que el programa aborta el cálculo del caso. Se trata de la mayor velocidad de las que debían ser representadas en la gráfica, perteneciente a la curva de la menor densidad. Para una posible mejor visión de lo que sucede, se procede a realizar la misma adimensionalización que se utilizó anteriormente (ecuación 3).

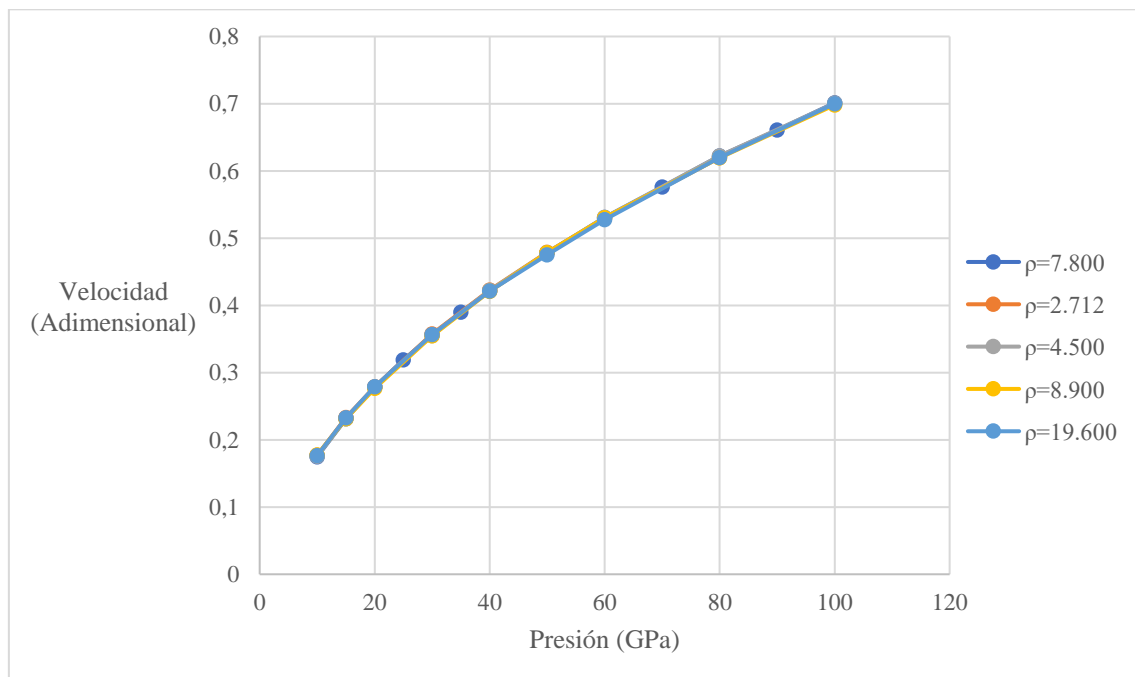


Fig. 3.26: Velocidad adimensional de cavitación para diferentes presiones y densidades. El resto de parámetros son los iniciales.

Como se puede observar en la nueva gráfica representada en la figura 3.26, todas las curvas son coincidentes. Los valores de la velocidad de expansión de la cavidad diferían unos de otros claramente para las diferentes densidades. Sin embargo, tras aplicar la adimensionalización, para todas las densidades el resultado es el mismo. Nótese que la

densidad toma parte en el proceso de adimensionalización, siguiendo la ecuación 3. Como se observa en la misma, la velocidad adimensionalizada es proporcional a la densidad del material, es decir: cuanto mayor sea la densidad, mayor es la relación adimensional. Sucede al contrario de con el resultado de las velocidades de cavitación. En ellas, a mayor densidad, menor velocidad de expansión de la cavidad.

Para que finalmente, tras la adimensionalización, todos los valores coincidan sin importar su densidad es necesario que se esté cumpliendo una relación de proporcionalidad con la expresión utilizada para la adimensionalización.

Para un módulo de elasticidad constante ( $E$ ), y la misma presión aplicada en la cavidad:

$$\frac{\dot{A}}{\sqrt{E/\rho}} = Constante \quad (6)$$

Dado que se considera  $E$  como constante para todos los casos, la expresión puede simplificarse:

$$\dot{A} \cdot \sqrt{\rho} = Constante \quad (7)$$

Lo cual significa que se ha hallado una relación, bajo las condiciones indicadas, que cumple lo siguiente:

$$\dot{A} \propto \frac{1}{\sqrt{\rho}} \quad (8)$$

La velocidad de expansión de la cavidad, para un módulo de elasticidad constante y la misma presión aplicada en la cavidad, es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la densidad. Todos los demás parámetros del material deben ser iguales para aplicar esta relación de proporcionalidad, tal y como se ha hecho durante la toma de resultados.

Puede realizarse una sencilla comprobación. Bajo una presión de 100 GPa la velocidad de expansión para una densidad de  $4.500 \frac{kg}{m^3}$  es de  $4.671 \frac{m}{s}$ , y para una densidad de  $19.600 \frac{kg}{m^3}$  es de  $2236 \frac{m}{s}$ . Utilizando la relación de proporcionalidad anterior, se puede deducir la segunda velocidad conociendo la primera y las densidades:

$$\dot{A}_1 \cdot \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}} = \dot{A}_2 \quad (9)$$

Se ha comprobado que efectivamente se cumple, resultando la velocidad calculada en  $2.238 \frac{m}{s}$ . El error del ejemplo presentado es de  $2 \frac{m}{s}$ , lo que representa menos de una milésima de la velocidad calculada. Repitiendo el proceso con múltiples datos se tienen resultados igualmente correctos. Siguiendo la relación de proporcionalidad, se deduce que la velocidad faltante en la toma de resultados para la menor de las densidades sería de unos  $6.016,9 \frac{m}{s}$ . Sin embargo, si el programa informa de que no se realizan los cálculos, es porque se produce algún fallo para una velocidad tan alta, pues resultaría ser la mayor de las velocidades calculada. Por ello, sólo es una estimación del valor, pero

posiblemente entren en juego factores no considerados hasta ahora en ese caso, y razón por la cual no pueden aplicarse los mismos cálculos.

### 3.10 Identificación de la onda de choque.

Durante el estudio de la cavitación en este análisis, se ha descompuesto el mismo en distintos parámetros a partir de propiedades del material, con el objetivo de poder estudiar la dependencia que tiene el fenómeno de la cavitación con cada una de esas propiedades del material. En cada apartado se centran los cálculos en distinguir el efecto de un parámetro concreto aislándolo del resto. A partir de ello se han podido encontrar las diferentes características que adquiere el fenómeno según se modifica el material sobre el que se produce.

No obstante, existen características que definen al fenómeno y que resultan de gran importancia en el momento de identificar la aparición de este, que no se han empleado durante esos análisis. Para observar una de estas características debe pasar a observarse el fenómeno desde la perspectiva de un instante de tiempo. El estudio de la velocidad de cavitación requeriría de escoger un punto del material como referencia, y se estudiaba su evolución a lo largo del tiempo.

Para poder identificar la onda de choque lo primero es crear la recta sobre la cual se va a analizar la densidad. Dicha recta será la cual es coincidente con un eje de simetría, es decir, en dirección radial. Se desea estudiar la distribución de la densidad a lo largo de la dirección radial del modelo.

Con todo lo especificado puede obtenerse ya la curva deseada:

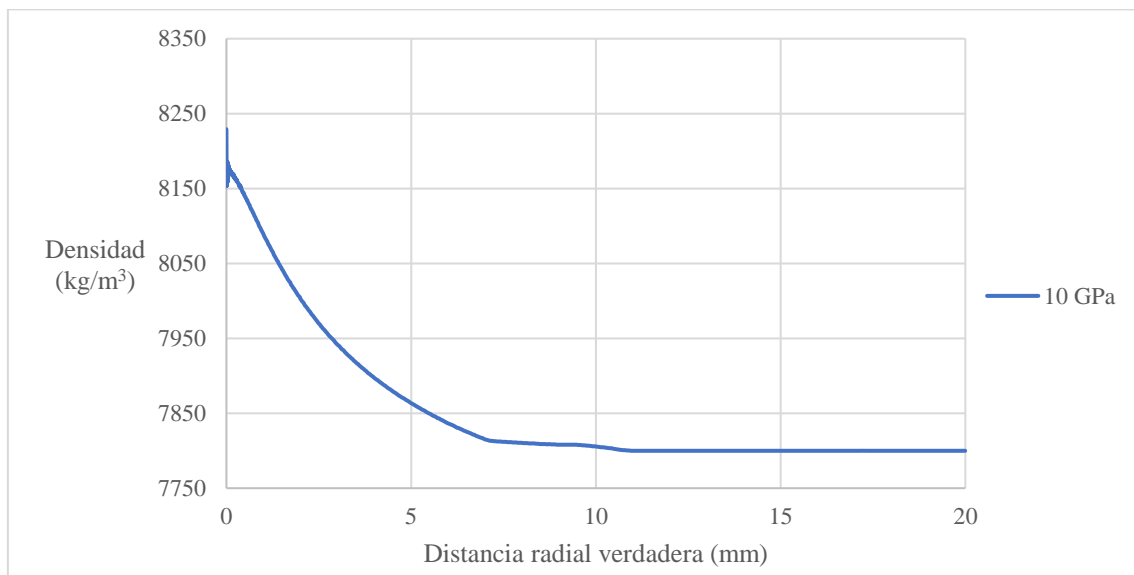


Fig. 3.27: Densidad a lo largo de la distancia radial al poro bajo carga de 10 GPa. 1µs tras la carga.

La curva de la figura 3.27, se corresponde con la densidad a lo largo de la dirección radial para el instante en el cual ha transcurrido un microsegundo tras la aplicación de una presión de 10 GPa. En la curva se observa un máximo adyacente a la cavidad, y cómo la densidad decrece conforme la distancia a la cavidad es mayor. También se observa

discontinuidad en los resultados adyacentes a la misma. Sin embargo, aquello que se desea mostrar con esta interpretación de los resultados no es apreciable bajo esta presión.

Para apreciar la onda de choque en la curva de la distribución de la densidad se debe tomar una presión mayor. En la figura 3.28 se presenta la misma curva, para una presión aplicada de 100 GPa.

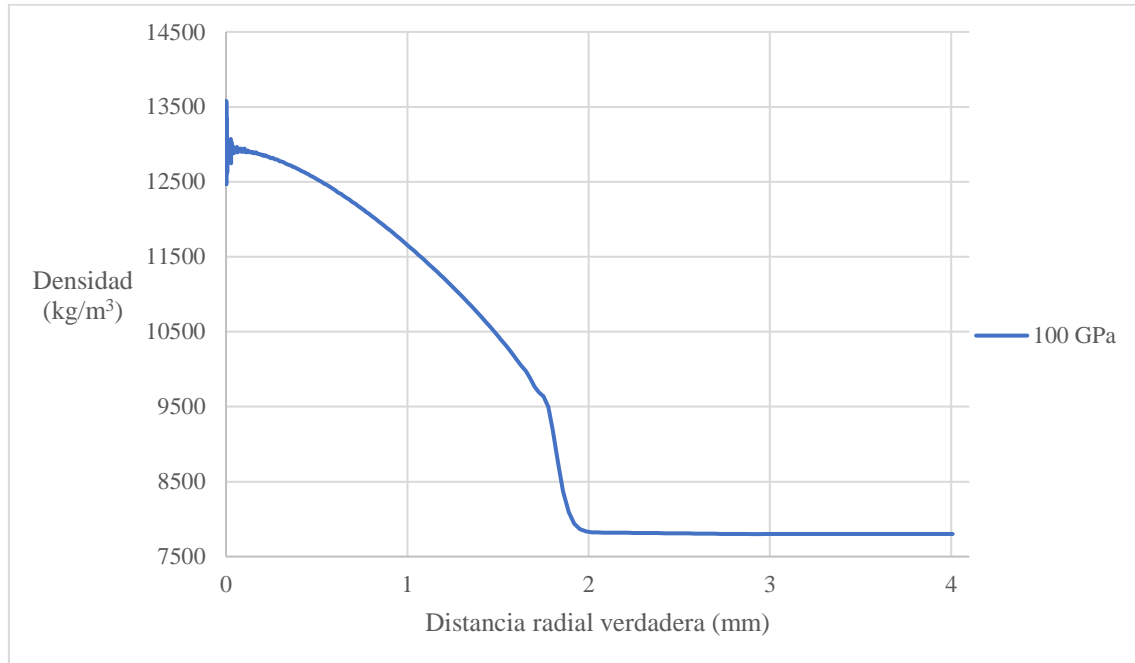


Fig. 3.28: Densidad a lo largo de la distancia radial al poro bajo carga de 100 GPa. 1  $\mu$ s tras la carga.

En la nueva curva se presenta un perfil más distintivo. La densidad disminuye, tal y como sucedía antes, pero cuando se alcanza la densidad original de  $7.800 \frac{kg}{m^3}$ , se alcanza dicho valor de forma abrupta. Existe una pendiente que, conforme se incrementa la presión, se acentúa, llegando a hacerse casi infinita. Esa discontinuidad observada es la onda de choque producida durante el fenómeno de cavitación.

La discontinuidad puede observarse de otro modo. Representando la componente de la tensión paralela a la dirección radial, puede obtenerse un efecto similar, que confirma la situación de la onda de choque en ese mismo instante de tiempo.

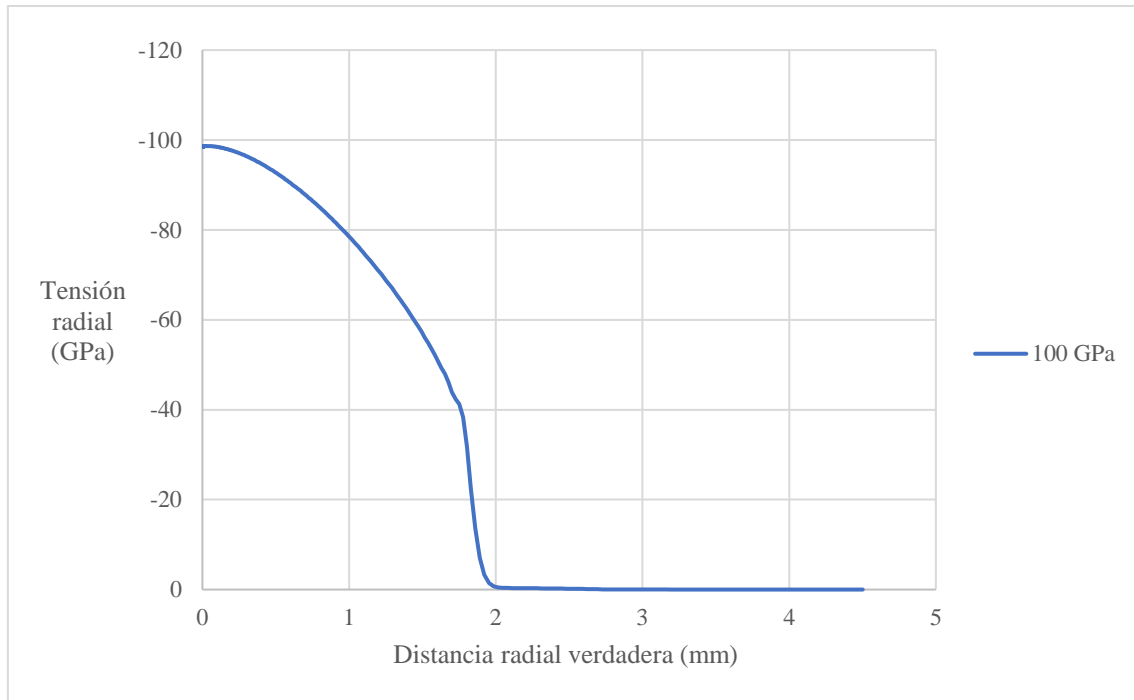


Fig. 3.29: Componente radial de la tensión en función de la distancia al poro, bajo 100 GPa. 1  $\mu$ s tras la carga.

En la figura 3.29 se presenta el mismo comportamiento por parte de la tensión. Las condiciones son las mismas que en las que se ha observado la densidad, siendo la presión aplicada de 100 GPa y el instante el mismo. La tensión representada es la componente paralela a la dirección radial. Tal y como se mencionaba, se presenta una discontinuidad similar en perfil a la observada para la densidad. Obsérvese, además, que la distancia en la que se produce es la misma, esa es la posición de la onda de choque para ese instante considerado.



## 4 CONCLUSIONES

Se han realizado cálculos en relación con el fenómeno de cavitación y diferentes parámetros. Se ha buscado conocer el efecto de estos parámetros en dicho fenómeno. También hay conclusiones referentes a la onda de choque observada y cómo se ha detectado. A continuación, se recopilan todas las conclusiones a las que se ha llegado, de forma breve y directa.

- El fenómeno de cavitación dinámica sólo aparece si la presión aplicada es superior a una presión crítica.

Bajo esta presión la velocidad de crecimiento del poro se hace cero tras alcanzar un máximo. A mayor presión, mayor es la velocidad en ese máximo. Sobre la presión crítica, la velocidad se estabiliza en un valor distinto de cero y la cavidad sigue expandiéndose.

- La velocidad de cavitación es mayor cuanto mayor es la presión aplicada.

Siendo la velocidad de cavitación aquella en la que se estabiliza la expansión de la cavidad cuando el proceso se hace estacionario.

- La velocidad de cavitación disminuye para mayores valores del coeficiente de Poisson.

Sin embargo, el proceso transitorio hasta alcanzar la velocidad de cavitación es similar en todos los casos calculados.

- El módulo de elasticidad no influye significativamente en la velocidad de cavitación.

Sin embargo, se encuentra en la fórmula aplicada para la adimensionalización de la velocidad. De donde se ha deducido que menores módulos de elasticidad admiten menores presiones sin que se deban cambiar las ecuaciones de gobierno.

- Un mayor módulo de elasticidad repercute en menores gradientes de tensión en el interior del material.
- El límite elástico no influye en la velocidad de cavitación.
- El coeficiente de endurecimiento no influye en la velocidad de cavitación.
- El exponente  $n$  no influye en la velocidad de cavitación.
- Mayores densidades presentan menores velocidades de cavitación.
- La velocidad de cavitación (la expansión del poro), es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la densidad.

Esto ocurre bajo las condiciones especificadas. Se ha podido comprobar que los resultados calculados a través de la relación de proporcionalidad se corresponden a los obtenidos por Abaqus.

- La onda de choque se puede observar a través del perfil de la densidad a lo largo de la dirección radial.

Donde se encuentra la onda de choque se observa una pendiente casi infinita que se corresponde con la situación en ese instante del frente de la onda de choque. Esta

característica se observa mejor cuando la presión aplicada es mayor. También es posible observar un comportamiento similar al de la densidad en la tensión. Su magnitud también decrece con una gran pendiente, aunque sean valores negativos por ser una tensión de compresión.

#### **4.1 Trabajos futuros.**

El enfoque más inmediato que se puede dar a un futuro trabajo en relación con este es expandir los límites establecidos hasta ahora. El problema se ha acotado a un material metálico dúctil, con una geometría en el poro esférica, y bajo una ley de endurecimiento tipo Johnson-Cook.

En el futuro podrían considerarse modelos de endurecimiento diferentes. También podrían estudiarse los efectos térmicos, despreciados hasta ahora ( $m=0$ ). Podría expandirse el trabajo para cavidades cuya geometría no sea esférica perfecta, y analizar los efectos de esa geometría sobre el fenómeno.

Otra forma de enfocar posibles líneas de trabajo futuras es estudiar la aplicación del fenómeno desde el punto de vista de la ingeniería. No se ha tratado este punto en el trabajo debido a la complejidad que supondría un trabajo así en comparación al actual. Sin embargo, para alcanzar una aplicación práctica primero se deben estudiar los fundamentos del fenómeno.

Como se ha indicado, existen múltiples formas de expandir los resultados obtenidos en este trabajo, y múltiples enfoques al mismo.

#### **4.2 Impacto socio-económico.**

Este trabajo consiste en un análisis de carácter investigador. Por esa misma razón, el impacto de este hacia el marco social es más indirecto que un proyecto industrial. Sin embargo, el objetivo de una investigación es el futuro uso práctico de los nuevos conocimientos adquiridos. Por ello, el principal impacto debe considerarse que se produce a posteriori.

Como bien se ha comentado durante la introducción del trabajo, una de las aplicaciones estudiadas es el uso de la aparición del fenómeno de cavitación dinámica para la protección contra impactos. Un uso de este fenómeno podría ser el de modificar el revestimiento de protecciones contra proyectiles. Se buscaría que la cavitación surgiera en consecuencia del impacto. Al suceder esto, el material se expande, rodeando el proyectil. Al tratar de embeber dicho proyectil, se mejoraría la resistencia de la protección a ser penetrada por este.

En cuanto al impacto económico. De manera directa se tiene el presupuesto requerido para la investigación, y de manera indirecta estaría el requerido en un futuro para nuevas investigaciones para hallar su uso y para traducir los resultados en un proyecto real. La incorporación de los posibles usos prácticos en el futuro supondría una inversión, y para ello, los beneficios de esa aplicación deben resultar rentables.

En cuanto a la inversión directa sobre la investigación, se deben tener en cuenta tres elementos clave: el autor, el tutor, y los medios. En cuanto a los medios, se hace referencia

al programa comercial Abaqus y el equipo informático en el que se han realizado tanto los cálculos con el programa como el análisis y la memoria.

El presupuesto consta del atribuido a los citados en la inversión directa. Las horas empleadas se considerarán las correspondientes a doce créditos de los actuales. Eso significan unas 300 h de trabajo mínimas (si se considera todo el tiempo dedicado se puede superar dicha cifra). Si se resume el coste horario dedicado al personal en 20€, y las horas totales en 350 h, el presupuesto dedicado al personal es de 7.000€.

Otro elemento es el programa de cálculo numérico. La licencia permanente del programa Abaqus es de 33.650€ sin el IVA [10]. Y finalmente se tiene en cuenta el equipo informático empleado, cuyo valor actual se estima en unos 600€, y se estima una amortización a 4 años.

Se ha necesitado también el paquete de Office 365 Personal, cuyo precio es de 69€ al año [11]. Su uso para este trabajo ha durado medio año, correspondiéndole una amortización de 34,5€.

Cabe destacar que la licencia y el equipo serían amortizados en futuros proyectos, pero no se dispone de información referente para hacer estimaciones.

TABLA 4.1: PRESUPUESTO

	Precio	Tiempo	Resultado
Personal	20 €/h	350 h	7.000€
Equipo informático	600€ en 4 años	350 h	75€
Paquete Office	69 €/año	6 meses	34,5€
Total			7.109€

Licencia del programa Abaqus	33.650€	Licencia permanente	33.650€
------------------------------	---------	---------------------	---------

La amortización de la licencia dependerá de factores que no se pueden estimar actualmente.

### 4.3 Marco regulador.

El primer aspecto a tener en cuenta es que se trata de un trabajo cuya contribución es intangible. Esto es, que no se trata de un proyecto que traiga a la luz una solución práctica ni un diseño industrial. Se trata de un análisis de carácter investigador. Esto hace que aspectos como la regulación o los riesgos laborales del posible producto no sean aplicables. Además, no se tienen en cuenta otros aspectos como controles de calidad, o normativa referente a estudios de mercado, los cuales no están relacionados con este trabajo.

El resultado del trabajo puede clasificarse como propiedad intelectual. Sin embargo, tampoco se trata de un elemento patentable. Para ello debería ser novedoso, y el fenómeno de cavitación dinámica y sus características han sido estudiadas ya previamente. El enfoque de este es el de contrastar los resultados obtenidos con los existentes. Otro

requisito para la patentabilidad sería el de la aplicación técnica, y, sin embargo, el estudio realizado se encuentra lejos aún de poder convertirse en una. A pesar de ello la propiedad intelectual implica que, en cualquier caso, debe reconocerse la verdadera autoría de esta. Por ejemplo, si se referencia a este en otro trabajo.

## Bibliografía

- [1] J. Rodríguez-Martínez, T. Cohen and R. Zaera, "Approaching steady cavitation: The time scale in hypervelocity cavity expansion in work hardening and transformation hardening solids", *International Journal of Impact Engineering*, vol. 73, pp. 43-55, (2014).
- [2] R. Flores Le Roux, "Estudio de la propagación de fisuras en materiales dúctiles", Tesis doctoral, Departamento de motopropulsión y termofluidodinámica, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, España, 2002. [En línea] Disponible en: <http://oa.upm.es/660/1/01200205.pdf>
- [3] T. Cohen and A. Molinari, "Dynamic cavitation and relaxation in incompressible nonlinear viscoelastic solids", *International Journal of Solids and Structures*, vol. 69-70, pp. 544-552, 2015.
- [4] R. Hill, "Cavitation and the influence of headshape in attack of thick targets by non-deforming projectiles†", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 28, no. 5-6, pp. 249-263, 1980.
- [5] G. Vadillo Martín. "Modelos de fractura dúctil en condiciones estáticas y dinámicas." Tesis doctoral, Departamento de mecánica de medios continuos y teoría de estructuras, Universidad Carlos III de Madrid, Madrid, España, 2007. [En línea] Disponible en: <http://hdl.handle.net/10016/2602>
- [6] Apuntes. J. A. Rodríguez Martínez y J. Zahr Viñuela. UC3M. (2017). *Mecánica de sólidos*.
- [7] C. Hellier, *Handbook of nondestructive evaluation*. New York: McGraw-Hill, 2013, pp. 309-310.
- [8] J. Gordon, *Estructuras*. Madrid: Calamar, 2004, p. 52.
- [9] I. Funes Vecino. "Análisis experimental y numérico del proceso de perforación de aluminio en ensayos de punzonado dinámico", Trabajo fin de grado, Departamento de mecánica de medios continuos y teoría de estructuras, Universidad Carlos III de Madrid, Madrid, España, 2015. [En línea] Disponible en: <http://hdl.handle.net/10016/23179>
- [10] "Licencia permanente del programa ABAQUS", *Portal.uc3m.es*, 2010. [Online]. Available: [http://portal.uc3m.es/portal/page/portal/perfil\\_contratante/perfil\\_contratante\\_procedimientos\\_negociados/Licencia%20permanente%20del%20programa%20ABAQUS](http://portal.uc3m.es/portal/page/portal/perfil_contratante/perfil_contratante_procedimientos_negociados/Licencia%20permanente%20del%20programa%20ABAQUS). [Accessed: 02- Jun- 2018].
- [11] "Compra Office para PC y Mac - Office 365 y Office 2016 Hogar, Personal, Empresa, Estudiantes y Profesores o renovar suscripción", *Microsoft.com*, 2018. [Online]. Available: [https://www.microsoft.com/es-es/store/b/office?invsr=search&cl\\_vend=google&cl\\_ch=sem&cl\\_camp=1022435435&cl\\_adg=45847955970&cl\\_crtv=266916464361&cl\\_kw=office&cl\\_pub=google.com&cl\\_place=&cl\\_dvt=c&cl\\_pos=1t1&cl\\_mt=e&cl\\_gtid=kwd-10367380&cl\\_pltr=&cl\\_dim0=WoWd7wAAAJ8vKFqt:20180607162159:s&OCID=AID695748\\_SEM\\_WoWd7wAAAJ8vKFqt:20180607162159:s&s\\_kwid=AL!4249!3!266916464361!e!!g!!office&ef\\_id=WoWd7wAAAJ8vKFqt:20180607162159:s&activetab=tab:student](https://www.microsoft.com/es-es/store/b/office?invsr=search&cl_vend=google&cl_ch=sem&cl_camp=1022435435&cl_adg=45847955970&cl_crtv=266916464361&cl_kw=office&cl_pub=google.com&cl_place=&cl_dvt=c&cl_pos=1t1&cl_mt=e&cl_gtid=kwd-10367380&cl_pltr=&cl_dim0=WoWd7wAAAJ8vKFqt:20180607162159:s&OCID=AID695748_SEM_WoWd7wAAAJ8vKFqt:20180607162159:s&s_kwid=AL!4249!3!266916464361!e!!g!!office&ef_id=WoWd7wAAAJ8vKFqt:20180607162159:s&activetab=tab:student). [Accessed: 03- Jun- 2018].